



DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO ROTINEIROS COM A PROMOÇÃO DA CRIATIVIDADE E CRITICIDADE

Andréa de Cássia Alarcon Santos

**São Paulo
2023**

ANDRÉA DE CÁSSIA ALARCON
SANTOS

**DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO
MATEMÁTICO NA PERSPECTIVA DA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO
ROTINEIROS COM A PROMOÇÃO DA
CRIATIVIDADE E CRITICIDADE**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Rebeca Vilas Boas
Cardoso de Oliveira

São Paulo
2023

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

s237d	<p>Santos, Andréa de Cássia Alarcon Domínios do conhecimento matemático na perspectiva da resolução de problemas não rotineiros com a promoção da criatividade e criticidade / Andréa de Cássia Alarcon Santos. São Paulo: [s.n.], 2023. 163 f.</p> <p>Orientador: Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira</p> <p>Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2023.</p> <p>1. Resolução de Problemas. 2. Problemas Não Rotineiros . 3. Criatividade No Ensino de Matemática. 4. Criticidade No Ensino de Matemática. 5. Domínios do Conhecimento Matemático. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.</p>
-------	---

CDD 510

ANDRÉA DE CÁSSIA ALARCON SANTOS

DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO NA PERSPECTIVA DA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO ROTINEIROS COM A PROMOÇÃO DA
CRIATIVIDADE E CRITICIDADE

Dissertação apresentada e aprovada em 27
de março de 2023 como requisito parcial
para obtenção do título de Mestre em
Ensino de Ciências e Matemática.

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

Profa. Dra. Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira
IFSP – *campus* São Paulo
Orientadora e Presidente da Banca

Prof. Dr. Rogério Ferreira da Fonseca
IFSP – *campus* São Paulo
Membro da Banca

Prof. Dr. Antônio Carlos Brolezzi
USP - Universidade de São Paulo
Membro da Banca

AGRADECIMENTOS

Este trabalho só foi possível graças a todo apoio, carinho, amor e afeto do meu companheiro Alexandre, de meus pais Sônia e Daniel, da minha tia Marilene, de meus irmãos Rodrigo e Fábio, das minhas sobrinhas, de minhas cunhadas e cunhado, amigos e amigas. Agradeço a cada um por não terem soltado minha mão, assim como agradeço à professora Rebeca e minha psicóloga Nathalia, que, assim como as pessoas citadas anteriormente, acreditaram no meu potencial.

Por fim, agradeço também a todos os professores e colegas que tive o prazer de compartilhar esses anos do mestrado em especial ao professor Rogério Ferreira Fonseca, que fez considerações de extrema pertinência ao meu trabalho, e ao professor Antônio Carlos Brolezzi que, mesmo não fazendo parte do programa, também fez parte de toda minha trajetória, desde a graduação até agora.

“A educação é um ato de amor, por isso, um ato de coragem. Não pode temer o debate. A análise da realidade. Não pode fugir à discussão criadora, sob pena de ser uma farsa.”

Paulo Freire

RESUMO

SANTOS, Andréa de Cássia Alarcon. **Domínios do conhecimento matemático na perspectiva da resolução de problemas não rotineiros com a promoção da criatividade e criticidade**. 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo. São Paulo, 2023.

No cotidiano docente é possível perceber que os alunos muitas vezes não sabem como agir perante a problemas matemáticos, apesar de saberem resolver as operações matemáticas em exercícios de aplicação direta do algoritmo, em geral, propostos por repetidas vezes. Isso pode levar à ideia de que estejam condicionados a, mecanicamente, resolver apenas as operações, sem de fato entender o que estão fazendo ou o porquê. Assim, demonstram um aprendizado mecanizado, com aplicação direta do algoritmo, inibindo o desenvolvimento de outras habilidades essenciais, que poderiam ser promovidas com a resolução de problemas. E esse trabalho tem como objetivo principal compreender a promoção da criatividade e criticidade, por meio da resolução de problemas não rotineiros, incorporados às práticas pedagógicas no ensino fundamental, identificando os domínios do conhecimento matemático em enunciados de problemas com falta ou com excesso de dados, como possibilidade de combate à mecanização do ensino de Matemática. Busca ainda mostrar a importância dessas discussões na formação de professores, seja inicial, seja continuada, podendo possibilitar proposição e desenvolvimento de atividades que promovam o pensamento crítico e criativo, para além da fixação e aplicação direta do algoritmo, potencializando uma aprendizagem significativa do conhecimento matemático. O trabalho parte de uma leitura crítica de documentos oficiais orientadores do ensino, dos livros didáticos e materiais disponíveis em escolas, buscando lidar com problemas matemáticos abertos e não rotineiros, particularmente com problemas com falta de dados ou com excesso de dados e sua solução. Como produto educacional apresenta um *site* e uma página no Instagram, visando promover comunicação com e entre professores, disponibilizando uma proposta de sequência didática para o ensino fundamental, anos finais, lidando com problemas tratados nesta investigação.

Palavras-chave: Domínios do conhecimento Matemático. Resolução de problemas abertos. Problemas não rotineiros. Criticidade. Criatividade.

ABSTRACT

SANTOS, Andréa de Cássia Alarcon. **Domains of mathematical knowledge from the perspective of solving non-routine problems with the promotion of creativity and criticality.** 2023. Master's thesis (Master in Science and Mathematics Teaching) – Federal Institute of Education, Science and Technology of São Paulo. São Paulo, 2023.

In the teaching routine, it is possible to notice that students often do not know how to act when faced with mathematical problems, despite knowing how to solve mathematical operations in exercises of direct application of the algorithm, in general, proposed repeatedly. This can lead to the idea that they are conditioned to, mechanically, only solve operations, without really understanding what they are doing or why. Thus, they demonstrate mechanized learning, with direct application of the algorithm, inhibiting the development of other essential skills, which could be promoted with problem solving. Thus, the main objective of this work is to understand the promotion of creativity and criticality, through the resolution of non-routine problems, incorporated into pedagogical practices in elementary education, identifying the domains of mathematical knowledge in problem statements with lack or excess of data, as a means of combating the mechanization of Mathematics teaching. It also seeks to show the importance of these discussions in teacher training, whether initial or continued, and may enable the proposition and development of activities that promote critical and creative thinking, in addition to the establishment and direct application of the algorithm, enhancing a significant learning of mathematical knowledge. The work starts from a critical reading of official documents guiding teaching, textbooks and materials available in schools, seeking to deal with open and non-routine mathematical problems, particularly with problems with lack of data or with excess of data and their solution. As an educational product, it presents a website and an Instagram page, aiming to promote communication with and between teachers, providing a proposal for a didactic sequence for elementary school, final years, dealing with problems addressed in this investigation.

Keywords: Domains of Mathematical knowledge. Troubleshooting open issues. Non-routine problems. Criticality. Creativity.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
1.1. PROÊMIO	11
1.2. A MECANIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA E OS DESAFIOS DA SALA DE AULA	13
2. REFERENCIAIS TEÓRICOS DA PESQUISA - O ENSINO DE MATEMÁTICA E POSSIBILIDADES DE PROMOÇÃO DA CRIATIVIDADE E DA CRITICIDADE	15
2.1. ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA	15
2.2. DOCUMENTOS ORIENTADORES E DEMANDAS DO ENSINO DE MATEMÁTICA	18
2.3. PROBLEMAS	23
2.1.1. PROBLEMAS COM FALTA DE DADOS	27
2.1.2. PROBLEMAS COM EXCESSO DE DADOS	29
2.4. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, SEU ENFRENTAMENTO E A PROMOÇÃO DE HABILIDADES	31
2.5. O PROFESSOR E OS DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO	37
3. VIVÊNCIAS COM OS PROBLEMAS NÃO ROTINEIROS EM SALA DE AULA	41
4. EM BUSCA DE POSSIBILIDADES DA PROMOÇÃO DE CRIATIVIDADE E CRITICIDADE – A PESQUISA	45
4.1. PERCURSO DA PESQUISA	45
4.2. LEVANTAMENTO EXPLORATÓRIO BIBLIOGRÁFICO	47
4.3. PRIMEIRAS ENTREVISTAS	51
4.4. PROFESSORES DA REDE PÚBLICA MUNICIPAL E OS PROBLEMAS NÃO ROTINEIROS	61
4.5. DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO RECONHECIDOS NA UTILIZAÇÃO DE PROBLEMAS ABERTOS NÃO ROTINEIROS	77
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	83
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88
7. APÊNDICES	91
7.1 APÊNDICE A - PRODUTO EDUCACIONAL	91
7.1.1. PRODUTO EDUCACIONAL – PÁGINA DO INSTAGRAM	95
7.1.2. PRODUTO EDUCACIONAL – SITE	97
7.1.3. PRODUTO EDUCACIONAL – SEQUÊNCIA DIDÁTICA VERSÃO PROFESSORES	98
7.1.5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	149
7.2 APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO (TCLE) – PRIMEIRAS ENTREVISTAS	150
7.3 APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO (TCLE) - FORMULÁRIO	151
7.4 APÊNDICE D – ROTEIRO DE ENTREVISTA PRÉ-RESTRUTURAÇÃO	153

7.5	APÊNDICE E – FORMULÁRIO PARA PROFESSORES	155
7.6	APÊNDICE F – ROTEIRO DE ENTREVISTA PÓS-ANÁLISE	162

1. INTRODUÇÃO

1.1. PROÊMIO

Minha trajetória acadêmica iniciou em 2009, quando ingressei no curso de licenciatura em Matemática no Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade de São Paulo (USP). Desde o ingresso, meu interesse sempre foi a sala de aula, principalmente porque ao longo da minha vida escolar sempre auxiliei muitos amigos e colegas com dificuldade em Matemática e acreditava que me tornando professora poderia ajudar mais pessoas a entender, a utilizar esse conhecimento, que sempre tive muito afeto, com menos dificuldade, e também compartilhar um pouco da beleza que via nele.

Antes de me formar, em 2012, iniciei minha trajetória docente em uma escola privada da cidade de Guarulhos/SP, como professora auxiliar, e também em um curso preparatório para o vestibular, como professora plantonista. Durante os meses que lecionei, neste primeiro contato com a docência, enfrentei diversos desafios, não esperados ou trabalhados durante a graduação e, por diversos contratempos pessoais, acabei deixando a docência e voltei para o meio administrativo, área em que já trabalhava desde o ano de 2007, porém agora em um banco renomado.

Ao final de 2013, percebi que sentia falta da área de Educação e me aventurei em uma editora do ramo educacional produzindo objetos de aprendizagem digitais, porém, como não foi suficiente para suprir a falta da sala de aula, voltei a ministrar aulas, agora de forma particular e individual, em 2014.

Durante o final da graduação, em 2014, realizei um curso de extensão universitária, na mesma universidade que estudava, intitulado “Resolução de problemas e criatividade” ministrado pelo Professor Doutor Antônio Carlos Brolezzi, quando tive meu primeiro contato com os problemas não rotineiros, tema em que decidi iniciar uma pesquisa para o trabalho de conclusão de curso, ao final deste mesmo ano, intitulado “Resolução de Problemas com falta ou excesso de dados no Ensino Fundamental I”, com a orientação do próprio Professor Doutor Antônio Carlos Brolezzi.

Logo após o fim da graduação, em 2015, ingressei no curso de Pedagogia na Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP), com a intenção de melhorar a prática docente e lidar melhor com os desafios encontrados. Troquei as aulas particulares por uma escola tradicional, privada e católica, da cidade de Guarulhos/SP, e, desde então, não larguei mais a docência.

Muitos foram os desafios enfrentados, pois, agora recém-formada, continuei a aprender muitas coisas na prática, e também participei de alguns cursos de formação continuada. A partir deste momento algumas questões começaram a me incomodar na sala de aula e, ao conversar com colegas de profissão, percebi que era algo comum.

Passei por mais duas escolas privadas da cidade de Guarulhos/SP, em ambas continuei enfrentando desafios, e, ainda que com mais maturidade e experiência, as mesmas questões continuavam me incomodando. Em 2016 fui aprovada em um concurso público, me tornando professora em uma escola municipal da cidade de São Paulo, lá lecionei desde o início de 2017 até o final de 2021, trocando de escola agora no ano de 2022, mas ainda me mantendo na rede pública municipal, e retornando no início de 2023.

Ao final de 2017 tranquei, pela falta de tempo de quem lecionava 60 aulas por semana, o curso de Pedagogia na UNIFESP e iniciei uma especialização em Neuropsicopedagogia em uma faculdade privada. Ao longo de 2018 fui aprovada em um curso de Pedagogia à distância na Universidade Virtual do Estado de São Paulo (UNIVESP) e, assim, assinei uma declaração de desistência na UNIFESP e iniciei o curso a distância. Nessa época acreditava que um curso a distância, por não ter o tempo de deslocamento para me preocupar, seria a solução para os meus problemas, porém descobri a dificuldade desse modelo de curso e acabei desistindo da Pedagogia, cursando apenas a especialização na faculdade privada e finalizando-a em 2019, com um trabalho sobre como os alunos se comportam com a resolução de problemas contextualizados.

Em 2019, resolvi tentar, por mais uma vez, a segunda graduação em Licenciatura em Pedagogia em uma universidade particular, novamente a distância e, desta vez, me graduei ao final deste mesmo ano. No início deste mesmo ano, fui aprovada e ingressei no programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (ENCiMA) do Instituto Federal de São Paulo (IFSP), no qual desenvolvi esta pesquisa acadêmica, na área de Epistemologia, Didática e Currículo no Ensino de Ciências e Matemática, que aqui lhes apresento, trabalhando novamente com os problemas com falta ou excesso de dados.

1.2. A MECANIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA E OS DESAFIOS DA SALA DE AULA

Ao longo desses anos, com a vivência e os desafios da sala de aula, percebi, cada vez mais, que o aluno vem deixando de resolver problemas para apenas resolver operações matemáticas, ficando assim de lado toda interpretação, criatividade, criticidade, heurística e muitas outras competências e habilidades que a resolução de um problema poderia proporcionar. Ao aluno, em geral, são apresentados enunciados repetitivos que requerem apenas a aplicação de uma fórmula previamente apresentada em aula e, assim, sua tarefa se restringe a resolução de exercícios de forma automática e mecânica, sem entender, na maioria das vezes, o que está fazendo ou porque está fazendo. Há casos onde ele não consegue enfrentar o desafio de resolver um problema semelhante a um já trabalhado, mesmo sabendo resolver a operação matemática necessária para a solução, desistindo mesmo antes de tentar uma resolução. Por isso, muitas vezes nós, professores, escutamos de nossos alunos a pergunta “Mas é de mais ou de menos?” ou “Qual conta devo fazer?”.

Vale apontar também que os materiais diversos que os professores encontram disponíveis para preparação de suas aulas, sejam impressos, sejam virtuais, em geral, são propostos com a lógica da exercitação, aplicação direta dos algoritmos. Assim, contribuem para um processo de ensino-aprendizagem mecanizado, repetitivo, sem desafios.

Em relação à resolução de problemas, na BNCC (2018), esta é considerada uma competência geral da Educação Básica, sendo mencionada ao longo de todo o documento e preconizada em todas as áreas de conhecimento. O Currículo da Cidade (2017), documento orientador da Secretaria de Educação da Prefeitura Municipal da Cidade de São Paulo, apresenta a resolução de problemas como o segundo saber da Matriz dos Saberes e, assim como na BNCC (2018), está presente em todo o documento dentro dos objetivos de aprendizagem de todos os anos, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Além de lidar com a resolução de problemas, os mesmos documentos indicam a necessidade de promovermos, enquanto professores, outras competências e habilidades, como a criatividade e a criticidade, tratadas como de suma importância para a vida fora da escola, quando vivenciarão situações onde terão de enfrentar e resolver problemas concretos, para os quais se espera que o conhecimento escolar seja uma boa ferramenta. No entanto, os documentos não apresentam ferramentas ou indicam formas e possibilidades de conduta para que o processo de ensino-aprendizagem lide com a resolução de problemas, promovendo habilidades diversas, essenciais para o desenvolvimento humano. Problemas não rotineiros, por exemplo, podem ser uma possibilidade de desafio ao aluno e ao professor, transcendendo o processo de ensino-aprendizagem mecanizado, oportunizando a compreensão e o desenvolvimento de conteúdos de forma mais crítica e criativa.

A partir do exposto, vê-se a necessidade de explorar possibilidades para a mudança deste cenário de mecanização, alternativas para a promoção das competências e habilidades citadas ao longo dos documentos orientadores. Essa mudança de cenário implica em estratégias para formação dos professores com essa compreensão, para que possam perceber os diferentes domínios do conhecimento matemático, para além do domínio de seu conteúdo. Implica, também, na disponibilização de materiais diferentes daqueles disponíveis hoje para a preparação das aulas. Para tanto, esta pesquisa surge com o seguinte questionamento: de que forma os domínios do conhecimento matemático para o ensino podem auxiliar na compreensão da promoção de criatividade e criticidade a partir da resolução de problemas não rotineiros, rompendo com a mecanização percebida?

Nosso objetivo principal desta pesquisa é compreender a promoção da criatividade e criticidade, por meio da resolução de problemas não rotineiros incorporados às práticas pedagógicas no ensino fundamental, identificando os domínios do conhecimento matemático em atividades organizadas, como meio de combate à mecanização do ensino de Matemática.

Também possui objetivos específicos como oferecer produtos educacionais (Apêndice A) desta pesquisa na forma de material de apoio aos professores, propondo uma sequência didática, com caderno do professor e do aluno, e meios virtuais de diálogo com e entre eles, apresentando possibilidades da utilização desses problemas, por meio de atividades organizadas como meio de combate à mecanização do ensino de Matemática.

2. REFERENCIAIS TEÓRICOS DA PESQUISA - O ENSINO DE MATEMÁTICA E POSSIBILIDADES DE PROMOÇÃO DA CRIATIVIDADE E DA CRITICIDADE

Este capítulo tem por objetivo, para uma melhor compreensão, apresentar os referenciais teóricos da pesquisa, sendo organizado de maneira a abordar a aprendizagem e o ensino de matemática, abordando os documentos orientadores, a definição de problema utilizada ao longo desta pesquisa, contemplando também problemas não rotineiros como os com falta ou com excesso de dados, o que se entende por resolução de problemas e os domínios do conhecimento matemático. Assim, lidaremos com a criatividade e a criticidade, apresentadas ora como competências, ora como habilidades nos documentos orientadores oficiais (BNCC (2018) e Currículo da cidade de São Paulo (2017)).

2.1. ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Este item não poderia iniciar sem citar Paulo Freire (2015) que nos lembra que: “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção” (p.24). A partir dessa ideia, compreendemos a necessidade de que o ensino de matemática como hoje ocorre na quase totalidade das escolas, seja debatido, pois este tem acontecido baseado nos materiais disponíveis e também nas avaliações a que essas instituições e seus alunos são expostos. É importante destacar aqui que quando falamos de materiais disponíveis estamos nos referindo não só aos livros e apostilas utilizados em sala de aula, mas também dos materiais disponibilizados aos professores, impressos e virtuais, e dos documentos orientadores que preconizam a promoção de competências e habilidades, mas não oferecem subsídios aos professores para que isso seja possível.

Segundo Vergnaud (1993), em sua Teoria dos Campos Conceituais, a construção do conhecimento nas crianças é dada por meio das relações que estas conseguem fazer com o problema proposto e das vivências; portanto, um ensino com uma abordagem de problemas mais próxima à realidade, pode gerar mais interesse e promover um conhecimento de outra natureza, implicando numa postura de enfrentamento, de busca pelos dados/informações e utilizando, para tanto, a criatividade para sua resolução.

Vygotsky (1986) resume, em seu trabalho, qual seria a essência de um ensino voltado para a compreensão, destacando a influência da criatividade para criação de zonas de desenvolvimento proximal. Segundo Moysés (1997), por meio das investigações de Vygotsky e seus colaboradores, foi possível perceber que “a criança realiza ações semelhantes à do modelo, de uma forma construtiva, imprimindo-lhe modificações. Disso resulta na nova forma, embora não igual, mas inspirada no modelo” (p.34), o que nos leva a perceber a importância não só do que ensinamos, mas também da maneira como ensinamos, ou seja, o que e como abordamos em sala de aula.

[...] a aprendizagem não é, em si mesma, desenvolvimento, mas uma correta organização da aprendizagem da criança conduz o desenvolvimento mental, ativa todo um grupo de processos de desenvolvimento, e esta ativação não poderia produzir-se sem a aprendizagem. Por isso a aprendizagem é um momento intrinsecamente necessário e universal para que se desenvolvam na criança essas características humanas não naturais, mas formadas historicamente. (VYGOTSKY et al. 1988, p. 115 apud MOYSÉS, 1997, p.35)

Moysés (1997) escreve que o entendimento de Vygotsky, assim como o de Piaget, é que é necessário provocar no aluno um desequilíbrio para que esse aprenda, isso porque segue para o processo de assimilação, acomodação e em seguida para a equilíbrio, e o professor para ser capaz de causar esse desequilíbrio deve conhecer a zona de desenvolvimento proximal - conceito de Vygotsky que define a distância entre o nível de desenvolvimento real e potencial - do aluno.

Pensando nesse desequilíbrio, Vygotsky trabalha bastante com a ideia de atividades criativas, porque para ele o cérebro consegue reproduzir e armazenar o que já foi vivido e experimentado, e, ao se deparar com uma situação nova, precisa se adaptar. Por isso a necessidade de atividades criativas, para que os alunos consigam fazer tais adaptações quando necessário. Em suas pesquisas ficou evidenciado que levar o aluno a pensar favorece seu desenvolvimento mental, pois o desafia a ir sempre além.

Freire (2015) também escreve sobre isso quando diz que “aprender para nós é construir, reconstruir, constatar para mudar, o que não se faz sem abertura ao risco e à aventura do espírito” (p. 68). Moysés (1997) aborda ainda uma questão importante que é a forma como estamos ensinando dentro da escola e apresenta que dificilmente é mostrado para os para os alunos “a relação direta e óbvia que há entre a escola e a vida” (p. 60). Dessa forma, os alunos, na maior parte das vezes, não entendem o motivo pelo qual estão aprendendo determinados conteúdos, não sabendo qual conhecimento aplicar, com a clássica pergunta “é de mais ou de menos? ”, que diversos professores de Matemática já devem ter escutado. A partir dessa discussão Moysés (1997) conclui que é preciso:

1º contextualizar o ensino da Matemática, fazendo com que o aluno perceba o significado de cada operação mental que faz;
2º levar o aluno a relacionar significados particulares com o sentido geral da situação envolvida;
3º que nesse processo, se avance para a compreensão dos algoritmos envolvidos;
4º propiciar meios para que o aluno perceba, na prática, possibilidades de aplicação desses algoritmos. (p. 73)

Neste ponto é importante levarmos também em consideração a experiência do aluno, o que ele já traz, o que ele já conhece, como ele se comporta, considerações que para Freire (2015) não podem deixar de serem feitas, pois para o aluno é “sua explicação do mundo de que faz parte a compreensão de sua própria presença no mundo” (p. 79).

Após esses quatro pontos, Moysés (1997) aponta que a atividade criativa, segundo Vygotsky, “se manifesta onde quer que a imaginação humana combine, mude e crie alguma coisa nova, diferente do corriqueiro” (p.100) e assim podemos entrar na zona de desenvolvimento proximal.

A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas estão no processo de maturação, funções que amadurecerão amanhã, mas que estão correntemente em um estado embrionário. Tais funções podem ser chamadas de “botões” ou “flores” do desenvolvimento, em vez de serem chamadas de “frutos” do desenvolvimento. (VYGOTSKY, 1978, p. 86)

Moysés (1997) apresenta que, em determinada situação observada, quando o professor passava mais tempo orientando sobre atividades com os alunos organizados na maioria das vezes em grupo, ao contrário de uma aula tradicional, cujo o maior tempo é de uma aula expositiva e o trabalho individual, “criou-se, assim, a interação, a possibilidade de troca. Favoreceu-se, dessa forma, o aparecimento, nos alunos, de novas zonas de desenvolvimento proximal, bem como a expansão de zonas já existentes” (p.131).

Em relação à criatividade, deixa claro que essa existiu quando eram propostas “tarefas que permitiam respostas diversificadas” (MOYSÉS, 1997, p. 154) e deixa claro também que a formação do professor é imprescindível, pois “sem um embasamento teórico consistente” (p.162) crê que será bastante difícil colocar em prática a teoria. Enquanto a criatividade pode levar a mais de uma resposta, a criticidade pode ajudar a escolher aquela que seja mais adequada, Skovsmose (2014), que pesquisa sobre o ensino de matemática crítica, escreve que “faz sentido pensar o processo educacional como uma viagem por diferentes milieus de aprendizagem. Não há milieus bons por natureza nem maus, mas apenas formas diferentes de viajar” (p. 61).

Freire (2015) complementa que a curiosidade do professor também é necessária, porque sem ela este não ensina e nem aprende e complementa escrevendo que “O bom clima pedagógico-democrático é o em que o educando vai aprendendo, à custa de sua prática mesma, que sua curiosidade, como sua liberdade, deve estar sujeita a limites, mas em permanente exercício” (p. 82).

Nossa concepção, apoiada em Brousseau (1997, apud ALMOULOU, 2007), é a de que o aluno aprende se adaptando a um meio que é fator de dificuldades, contradições e desequilíbrios. O saber, fruto do processo de construção pelo estudante, manifesta-se pela capacidade dele de resolver problemas que surgem. (ALMOULOU, 2014)

Por fim, não podemos deixar de citar a resolução de problemas quando falamos de ensino e aprendizagem de Matemática, pois, como escreve Regine Douady (1994 apud ALMOULOU, 2014), “saber Matemática é ter disponíveis algumas noções e teoremas matemáticos para resolver problemas e interpretar questões novas”.

2.2. DOCUMENTOS ORIENTADORES E DEMANDAS DO ENSINO DE MATEMÁTICA

Reforçamos, junto com outros autores como Fridaus e colaboradores (2015 apud FONSECA. GONTIJO, 2020, p. 961) e Attard (2017 apud FONSECA. GONTIJO, 2020, p. 963), que a criatividade, a criticidade e a resolução de problemas, são entendidas hoje como uma necessidade iminente da sala de aula, porque são competências e habilidades para a vida, explicitando, portanto, uma visão de um processo de ensino-aprendizagem emancipatório para professores e alunos, contrapondo que tem ocorrido como exercitação mecanizada, reforçada pelos materiais disponíveis para o ensino, pelas avaliações, externas e internas, dos alunos e das instituições.

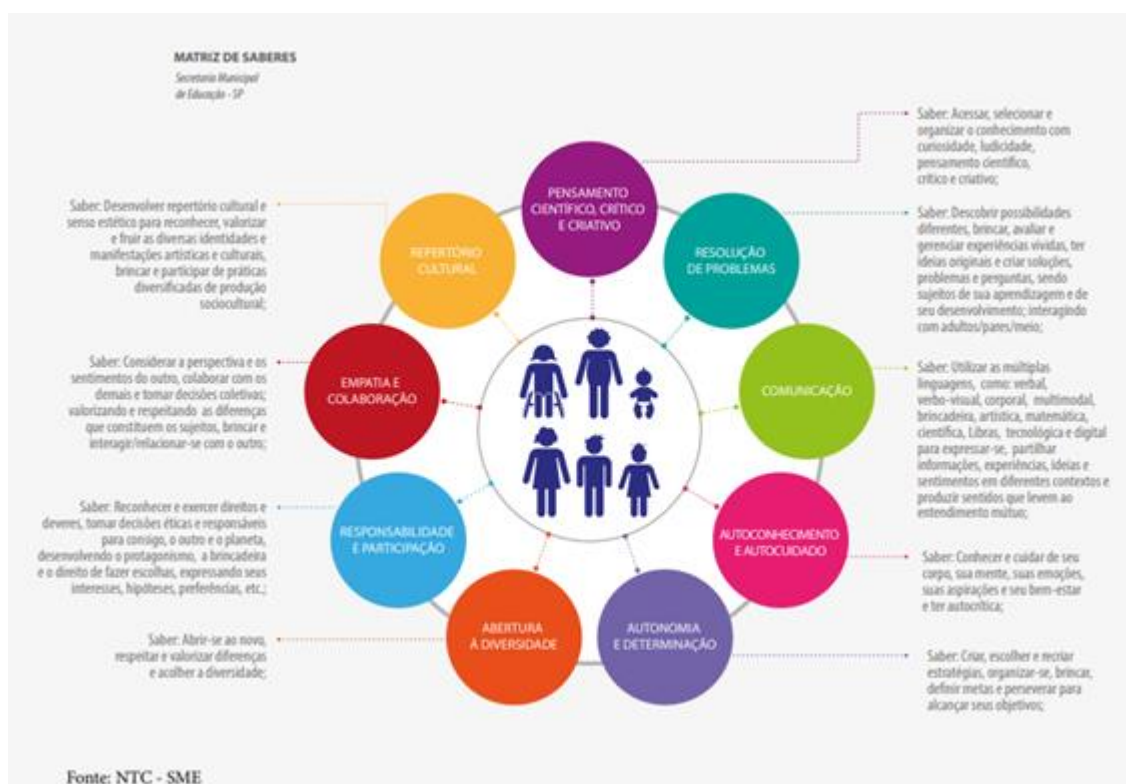
A Base Nacional Comum Curricular (BNCC - 2018), “documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BNCC, 2018, p.7), apresenta diversas habilidades a serem desenvolvidas/promovidas, dentre elas, a resolução de problemas, a criatividade e a criticidade como competências gerais da educação básica:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2018, p. 9)

O documento, segundo levantamento feito por Fonseca e Gontijo (2020) em pesquisa recente, apresenta nove citações do radical “criativ”, porém, os mesmos autores destacam que, apesar de “termos ligados ao pensamento crítico e criativo se fazem mais presentes na BNCC, a ausência de conceito pode ser um fator dificultador para que se promova o avançar no ensino de matemática brasileiro no tocante a este ponto” (p. 971). Os autores reforçam ainda (2021) que esses documentos também não “apresentam estratégias pedagógicas que podem favorecer o seu desenvolvimento” (p. 3) - são prescritivos e não orientadores.

No Currículo da Cidade de São Paulo (2017), documento elaborado pela Secretaria Municipal da Educação de São Paulo, com o objetivo de orientar o trabalho pedagógico na escola pública municipal, a criatividade, a criticidade e a resolução de problemas, ao longo do documento, são apresentadas como parte dos nove saberes na Matriz dos Saberes (Figura 1).

Figura 1 – Matriz de Saberes



Fonte: Currículo da Cidade de São Paulo (2017)

Segundo Alencar e Fleith (2009), a criatividade é apontada como questão de sobrevivência pelo futuro incerto, intenso e com mudanças rápidas, onde cada dia mais surgem desafios e problemas a serem resolvidos, assim essa habilidade se torna necessária à vida. Além disso, diante desses desafios e problemas que surgem em nosso dia a dia, é importante ser também crítico, analítico, saber avaliar as situações, para assim elaborar uma estratégia de solução dos problemas que tendem a surgir.

No novo cenário mundial, reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável requer muito mais do que o acúmulo de informações. Requer o desenvolvimento de competências para aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades. (BRASIL, 2018, p. 14)

Para Moreira e Magina (2013), a criatividade é desenvolvida na Matemática em diversas situações, e, assim resta a nós, professores, promovermos este desenvolvimento por meio de nossas atividades e cuidarmos para que não façamos o contrário, como escrevem Alencar e Fleith (2009), quando nós professores subestimamos, ignoramos e inibimos o potencial de nossos alunos “por uma educação que valoriza em excesso a reprodução dos ensinamentos” (p.7). As autoras alertam, ainda, que, cada vez mais, é transmitido aos alunos uma cultura de reprodução de conhecimento e memorização de ensinamento e que há uma mecanização do ensino. Além de aprenderem que para cada problema só há uma única resposta correta, condicionando-os a generalizar isso e não aceitar que é possível haver mais de uma resposta ou até não haver resposta.

De acordo com Torrance (1974 apud ALENCAR, FLEITH, 2009), o desenvolvimento da criatividade na Matemática pode ser promovido quando o aluno é colocado em uma situação em que precisa procurar uma saída, como a resolução de um problema, ou seja, uma situação onde o aluno não consiga resolver de imediato, “simplesmente” aplicando ou usando uma fórmula ou procedimento, e sim, deve buscar ferramentas para tal (POZO, 1998). Assim ao se deparar com um problema o aluno deve enfrentar o novo e desenvolver uma maneira de solucioná-lo.

(...) o pensamento criativo diz respeito à procura de soluções, elaboração de suposições, formulação e teste de hipóteses. Na solução de problemas, considera-se uma fase de avaliação de alternativas para se encontrar a melhor solução. (TORRANCE, 1974b apud ALENCAR, FLEITH, 2009, p. 32)

Para Alencar e Fleith (2009) muitos professores acreditam ser a criatividade um dom, o que muitas vezes os fazem acreditar que não seja possível estimulá-la ou promovê-la. As autoras ainda sugerem que atividades que “levem o aluno a gerar múltiplas hipóteses” (p.142) são uma estratégia para o desenvolvimento da criatividade. Para Fonseca e Gontijo (2021) a promoção dessa depende também “da criação de um ambiente propício à atividade matemática, que estimule a curiosidade e possibilite a efetiva ação do sujeito com os objetos matemáticos” (p. 14).

Em relação ao desenvolvimento da criticidade, para Souza (2014) a resolução de problemas, não só na disciplina de Matemática, mas em todas as outras, desenvolve no aluno uma leitura mais crítica, desenvolvendo também a habilidade da criticidade o que o faz avaliar e analisar melhor cada situação e assim criar estratégias melhores para solucioná-las. Skovsmose (2008) acredita que essa abordagem de investigação tem relação direta com a educação matemática crítica e desenvolve a ideia da “matemacia”, que é a capacidade de interpretação e análise de sinais e códigos, conseguindo assim propor e utilizar modelos no cotidiano, elaborando abstrações sobre representações do real e preocupando-se com situações sociais e políticas estruturadas pela matemática.

(...) em geral, melhorias na educação matemática estão intimamente ligadas à quebra de contrato didático. Quando inicialmente sugeri desafiar o Paradigma do Exercício, isso pode ser visto também como uma sugestão de quebrar o contrato da tradição da matemática escolar. (SKOVSMOSE, 2000, p. 63)

Skovsmose (2014) levanta uma questão importantíssima em seu texto que é a quantidade de exercícios que um aluno responde em um ensino de Matemática tradicional, estimando que esse número é maior do que dez mil exercícios, e, completa dizendo que essa prática não necessariamente ajuda no desenvolvimento da criatividade matemática - ou mesmo de seu aprendizado efetivo. A partir dessa colocação o autor faz indagações sobre qual é o papel da educação matemática.

Será que o papel da educação matemática é preservar visões equivocadas de ordem social e política, que estão profundamente arraigadas na sociedade? Será que nos perdemos enquanto educadores? Ou será que a educação matemática desde sempre é pautada por interesses do mercado de trabalho e nós, educadores matemáticos, temos dificuldade de reconhecer isso? (SKOVSMOSE, 2014, p.16)

Skovsmose (2014) compara o que fazemos em sala de aula com a revolução industrial, onde as pessoas estavam confinadas e recebiam o necessário para trabalhar, não sendo necessário então haver movimentação, assim como na sala de aula, local em que os alunos recebem todas as informações necessárias no enunciado e apenas aplicam um algoritmo ou uma fórmula para a solução, não precisando sair de suas carteiras: “um exercício define um micromundo em que todas as medidas são exatas, e os dados fornecidos são necessários e suficientes para a obtenção da única e absoluta resposta certa” (p. 17).

Quando pensamos em como promover a criticidade no ensino de matemática, Skovsmose (2014) traz a ideia de que ela pode atender a qualquer interesse e ainda completa que ela pode ser uma forma sublime de pensamento crítico.

Isso nos remete à concepção crítica de matemática. Ela representa uma racionalidade que pode ser empregada para todo tipo de fim. Não há uma essência na matemática. A matemática em ação pode atender a qualquer interesse. Em decorrência disso, ela precisa de reflexões. Tais reflexões devem ser conduzidas tendo em vista todas as particularidades da ação, incluindo o contexto. Se considerarmos uma noção mais ampla de ética, podemos falar também de uma demanda ética associada à concepção crítica de matemática. [...] A concepção moderna de matemática parece dispensar reflexões com respeito à tecnologia [...] A concepção moderna de matemática considera a matemática como uma racionalidade pura. Isso significa que a matemática pode ser objeto de reflexão, uma forma sublime de pensamento crítico. (SKOVSMOSE, 2014, p. 88 - 89)

Para o autor, o desenvolvimento da criticidade nos alunos é uma necessidade de ordem social e política, porque “Quando a educação matemática se abre para questões como a justiça social, é possível acreditar num cenário em que alunos melhoram a autoestima, a ponto, inclusive, de poderem questionar a autoridade” (p. 24) e, para o desenvolvimento desta, o autor escreve sobre fugir do ensino tradicional da Matemática, que preza por uma quantidade enorme de exercícios a serem resolvidos, de uma maneira bastante mecanizada, o que remete a uma educação bancária citada por Freire (2019), onde se espera que o aluno seja obediente.

A importância do desenvolvimento da criatividade no aluno se dá pelo fato desta ser necessária em um momento de adaptação à uma situação desconhecida e o desenvolvimento desta “tem sido usualmente subestimado, bloqueado, inibido e ignorado por uma educação que valoriza em excesso a reprodução dos ensinamentos” (ALENCAR; FLEITH, 2009, p. 7). As autoras escrevem ainda que cada vez mais é passado aos alunos uma cultura de reprodução de conhecimento e memorização de ensinamento, além de aprenderem que para cada problema só há uma única resposta correta.

Alencar e Fleith escrevem que alguns comportamentos de professores despertam, segundo elas, a criatividade nos alunos, dentre eles o estímulo a imaginar outros pontos de vista, oportunidade ao aluno de escolher e outros.

O educador democrático não pode negar-se o dever de, na sua prática docente, reforçar a capacidade crítica do educando, sua curiosidade, sua insubmissão [...] ensinar não se esgota no “tratamento” do objeto ou do conteúdo, superficialmente feito, mas se alonga à produção das condições em que aprender criticamente é possível. (FREIRE, 2015, p. 28)

Fonseca e Gontijo (2020) também concluem que o “pensamento crítico e criativo se materializa por meio da adoção de múltiplas estratégias para se encontrar resposta (s) para um mesmo problema associada à capacidade de refletir sobre as estratégias criadas, analisando-as, questionando-as e interpretando-as a fim de apresentar a melhor solução possível.” (p. 972).

Assim, partindo desses referenciais vê-se como uma possibilidade de promoção de tais habilidades a resolução de problemas com falta ou com excesso de dados, primeiro por se tratar de problemas e não exercícios, o que faz com que o aluno não consiga solucionar de forma imediata e mecanizada, mas sim por meio de uma análise mais minuciosa das informações que possui e, também, por se tratar de algo fora da zona de conforto, problemas que não fazem parte da rotina do aluno e que o farão despertar para a busca da solução.

2.3. PROBLEMAS

Para uma melhor compreensão de toda a pesquisa, é necessário delimitar a definição que utilizaremos para problemas e, para isso, primeiro precisamos pensar o que entendemos por problemas e como os apresentamos aos alunos.

Os alunos têm contato com o que chamamos de problemas desde muito cedo. Na educação infantil, por exemplo, o primeiro contato com problemas é ainda antes de começar a falar, ler ou escrever, isso porque já são apresentados a eles situações onde devem procurar soluções como encaixar uma peça no lugar correto, escolher a cor de acordo com seu nome, identificar imagens e muito mais. Com o passar do tempo, já no ciclo de alfabetização, no Ensino Fundamental, são apresentados a eles enunciados com situações que envolvem números para que encontrem uma solução, aumentando gradativamente a dificuldade, até pelo menos o Ensino Superior.

Quando nos deparamos com as avaliações propostas aos alunos, sejam elas internas ou externas, temos, como maioria, enunciados que exigem, para a solução, o conhecimento de um algoritmo, utilizado por diversas vezes em exercícios na sala de aula. Porém a dúvida que fica é: estes enunciados podem ser considerados problemas?

Para Brolezzi (2013), a palavra problema possui muitas interpretações, por exemplo quando dizemos a alguém que temos um problema associamos isso a algo ruim, algo que está nos impedindo de fazer alguma coisa, um empecilho, “um impedimento”, como escreve o autor que ainda cita como exemplo que se alguém liga e diz que teve um problema, logo você entende que tem algo que está impedindo essa pessoa de chegar. A palavra, em si, problema vem do grego antigo e significa, de acordo com o autor, “algo que se joga adiante, algo que se projeta para frente” (p. 39) e ele ainda complementa escrevendo que “Resolver problemas significa ir para adiante, tocar a vida, progredir, removendo os obstáculos do nosso caminho [...] Um problema é uma espécie de ponte ligando duas situações: a que conhecemos e a que não conhecemos” (p. 40).

Além dessa ideia de ponte, apresentada no significado da palavra, aqui utilizar-se-á uma perspectiva exposta por Pozo (1998) em que problemas são aquelas situações que não são facilmente solucionadas, que buscamos ferramentas para resolvê-las, não apenas aplicamos os mecanismos conhecidos. A classificação de uma atividade em problema ou exercício muito difícil, significa que dependerá das ferramentas que o receptor possui. Assim, o autor conclui que, um problema repetido diversas vezes deixa de ser um problema e passa a ser um exercício, pois a solução deste torna-se conhecida e rápida.

Em outras palavras, em matemática, entende-se por problema qualquer tipo de atividade procedimental que seja realizada dentro ou fora da sala de aula. No entanto, uma tarefa qualquer (seja matemática ou não matemática) não constitui um problema. Para que possamos falar da existência de um problema, a pessoa que está resolvendo a tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que obriga a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria a seguir para alcançar a meta. (POZO, 1998, p.48).

Assim, voltando agora para a escola, responder se o enunciado apresentado ao aluno é ou não um problema depende de diversos fatores, como: se é o primeiro contato dele com aquele tipo de situação; se ele consegue solucionar aquele enunciado com as ferramentas que já possui; se ele possui ou não dificuldade para resolvê-lo; ou se causa ou não um desequilíbrio para solucioná-lo, porque trata-se de um enunciado diferente ou até mesmo novo onde será necessário buscar entre as ferramentas conhecidas uma estratégia para solucioná-lo. Ou seja, é algo que demanda do aluno uma atitude de enfrentamento e busca de solução, não apenas a aplicação de um algoritmo.

Ou seja, definir se um enunciado é ou não um problema não é tão simples e ainda pode sim ser considerado um problema para determinados alunos e não ser considerado para outros. A diferença entre problema e exercício é, como escreve Pozo (1998), que para solucionarmos o exercício nós possuímos mecanismos que nos levam de forma rápida à solução por ser algo já conhecido, já o problema é sempre algo novo ou diferente do que já foi visto e aprendido e, portanto, é necessário que haja um enfrentamento por parte do receptor para buscar, entre as ferramentas que possuímos, uma ou mais que possa conduzir à solução, descobrir novas ferramentas, ou ainda, relacionar o problema com outro já visto. Aqui ainda é importante destacar que devido ao déficit de aprendizagem na disciplina de Matemática, muitos enunciados que deveriam ser encarados como exercícios, de acordo com o ano aplicado, são vistos como problemas, isso porque há uma dificuldade na relação do conhecimento mal aprendido com sua aplicação para solução do enunciado.

Entre os tipos de problemas, grande parte dos autores escrevem que há duas classes desses e essas classes são nomeadas de diferentes maneiras por cada um deles. Aqui utilizaremos a nomenclatura abordada por George Polya (1887 - 1985) e Brolezzi (2013) que classificam os problemas em rotineiros e não rotineiros, isso porque, assim como Brolezzi (2013), acreditamos que a rotina depende de cada pessoa, é relativa, e assim condiz com a maneira que trataremos dos problemas aqui, que para alguns pode sim fazer parte da rotina, porém para outros não.

O problema rotineiro é aquele em que o aluno possui todas as informações necessárias para solucioná-lo, ou seja, aquele que possui um enunciado estruturado, uma ou mais perguntas definidas de maneira que o aluno conseguirá relacioná-lo com algum problema anterior e assim chegar à solução, é mais tradicional. Aqui há uma linha tênue que deve ser observada, pois ainda que tradicional, o enunciado é considerado um problema, ou seja, não é um exercício de aplicação de fórmulas ou estratégias já utilizadas diversas vezes.

De acordo com Polya (1995), um problema rotineiro é aquele que pode “ser solucionado pela substituição de dados específicos no problema genérico resolvido antes” (p. 142) e para ele é imperdoável que os alunos tenham contato apenas com problemas deste tipo no ensino de Matemática, talvez porque teriam assim uma falha na aprendizagem de maneira a não conseguir solucionar um problema que não tivessem tido contato com outro similar.

Já o problema não rotineiro é aquele que, como o próprio nome já diz, foge da rotina, foge dos padrões, ou seja, que não basta ter as ferramentas matemáticas conhecidas para resolvê-lo, o aluno nunca viu nada igual, portanto é preciso ir além, interpretá-lo, imaginá-lo e assim desenhar a possível, ou as possíveis, solução. É um problema que implica em uma ação.

O processo para a solução de problemas não rotineiros é tão importante quanto a própria solução, pois é preciso buscar uma solução, descobrir uma maneira de solucioná-los, desenvolvendo aqui a heurística, que é essa arte da descoberta, citada também por Brolezzi (2013), que escreve sobre ser exatamente nesse tipo de problema que considera “mais interessante para desenvolver as heurísticas” (p. 68) e ainda complementa lembrando que a vida possui problemas bem mais complicados do que os exercícios de Matemática e que somos nós que devemos construir os caminhos para solucioná-los.

Além dos problemas rotineiros e não rotineiros, é importante citar também os problemas abertos, que normalmente são considerados problemas não rotineiros, mas também podem ser classificados como problemas rotineiros, porque, como mencionada anteriormente, essa classificação dependerá do receptor deste que pode considerá-lo como rotineiro ou não.

Os problemas abertos são problemas que não possuem uma única solução, ou seja, que os dados disponíveis em seu enunciado podem levar a mais de uma resposta, e todas elas serem consideradas como solução do problema, ou até não levar a resposta alguma e, portanto, será um problema sem solução. Aqui é preciso deixar claro que apesar disso, as soluções encontradas devem possuir um rigor, fazer sentido para aquele enunciado, não é válida qualquer resposta, é necessário que haja sentido.

É importante, aqui, diferenciar de enunciados de uma equação de grau maior ou igual a dois, por exemplo, pois neste caso o enunciado também pode ter mais de uma solução, mas não são consideradas como problemas abertos, pensando em alunos que já tiveram contato com tais enunciados. Por exemplo, ao tentarmos solucionar uma equação de segundo grau podemos utilizar a fórmula de Bhaskara e obteremos rapidamente a solução que poderá ser dois números reais distintos, por exemplo, mas não houve um problema na solução, apenas a aplicação de uma ferramenta conhecida, no caso a fórmula de Bhaskara, que trouxe rapidamente as soluções do enunciado.

Neste caso, e em outros semelhantes, é possível perceber que, mesmo tendo mais de uma solução, ou nenhuma solução, o enunciado não é considerado como um problema aberto, pois não apresenta as características citadas anteriormente, mas sim o reforço da exercitação mecanizada da simples aplicação de uma fórmula já conhecida.

Fonseca e Gontijo (2020) analisando alguns problemas abertos ressaltam que “problemas dessa natureza são especialmente importantes para o desenvolvimento do pensamento criativo em matemática” (p. 978), pois viabiliza três características: fluência, flexibilidade e originalidade, que para o autor são fundamentais para a promoção da criatividade.

Agora, utilizando então as definições de problemas anteriores, definiremos dois tipos de problemas não rotineiros, que são os problemas com falta de dados e os problemas com excesso de dados, que farão parte da sequência didática, produto educacional desta pesquisa.

2.1.1. PROBLEMAS COM FALTA DE DADOS

Quando pensamos nos problemas com falta de dados, como o próprio nome sugere, estamos tratando de problema cujo enunciado não possui todas as informações necessárias para sua solução, ou seja, é um problema com um enunciado que alguém que não está acostumado pode dizer que está incompleto, bem parecido com os problemas que enfrentamos na vida real, que nem sempre trazem todas as informações que julgamos serem necessárias para solucioná-lo.

Ao entrar em contato com este problema, para solucioná-lo ou até mesmo para concluir que ele não tem solução, devemos criar hipóteses, buscar mais informações, supor dados, criar estratégias, entre outros meios. Normalmente este é um tipo de problema que possui mais de uma solução ou nenhuma solução, isso porque dependerá das hipóteses e suposições feitas pelo(a) receptor(a) do problema, ou seja, é um tipo de problema que demanda uma atitude de enfrentamento.

Imagine que ao se deparar com este problema, o aluno poderá gerar hipóteses, ou supor dados, ou cenários, para solucioná-lo, certo? Ao fazer isso ele pode se deparar com apenas um cenário que há solução e, portanto, o problema terá apenas uma solução, como pode se deparar com diversos cenários que solucionem o problema e, assim, terá diversas soluções ou ainda não se deparar com um cenário que haja solução, o que fará deste problema um problema sem solução.

Um exemplo bastante famoso deste tipo de problema é conhecido como problema do capitão: “Há 26 ovelhas e 10 carneiros em um navio. Qual a idade do capitão?” (BARUK, 1985). O problema faz uma pergunta em relação à idade de um homem, porém não traz nenhuma informação sobre esse homem além do fato de ele ser capitão de um navio que carrega 26 ovelhas e 10 carneiros. Uma versão deste problema foi aplicada recentemente em uma escola primária da China e causou bastante polêmica e debates nas redes sociais, como relatado em uma reportagem da BBC News Brasil (2018).

Muitas vezes ao se deparar com problemas deste tipo, talvez por um costume em ter contato apenas com enunciados onde basta a aplicação de determinado algoritmo, ou até mesmo uma cultura de acreditar que a Matemática é uma ciência exata e, portanto, possui sempre uma única resposta, o aluno ou aluna acha que há um erro no enunciado e não o resolve, ou muitas vezes soluciona fazendo alguma operação matemática com os valores numéricos do enunciado.

Puchalska e Semadeni (1987) mostraram que 75% dos alunos entre 7 e 9 anos e 20% dos alunos entre 9 e 11 anos responderam a este problema com alguma operação, feita com as informações do problema, ou seja, utilizaram uma operação matemática conhecida. Provavelmente isso decorre de uma aprendizagem mecanizada de conteúdos de matemática, em que os alunos são acostumados a resolver exercícios sempre a partir da aplicação de alguma operação matemática. Os autores ainda discutem ao longo de seu trabalho a exposição ao erro, que era uma crítica a esses problemas na época, reforçando que ao aluno que só é exposto a exercícios semelhantes, “qualquer método que possa envolver uma possível confusão de conceitos deve ser renunciado” (p. 11). Também naquela época havia um movimento para a inserção desses problemas, chamados por eles de MSCD (Missing, Surplus or Contradictory Data Problems, que traduzido é Problemas com falta, excesso ou dados contraditórios) em sala de aula regular.

Em entrevista a Santos (2014), Luiz Márcio Imenes, autor de livros didáticos da disciplina de Matemática, conta que foi questionado por muitos responsáveis, por alunos e até mesmo por professores, sobre os problemas de tal natureza que colocava em seus livros, perguntando se havia erro de impressão ou escrita no enunciado. Na entrevista o autor conta que normalmente escreve aos responsáveis o quanto é necessário entendermos que o ensino de Matemática mudou, ou deveria ter mudado, e que é preciso entender que enquanto alunos aprendemos que tudo na Matemática tinha uma única resposta e a ideia do autor de mudar isso é baseada na necessidade de não criar essa expectativa em nossos alunos.

A matemática escolar, desde muito, sempre valorizou apenas o “fazer contas”. É claro que as crianças também precisam aprender a calcular. Mas, resolver

problemas é muito mais que isso e desenvolve no aluno a arte de raciocinar, a capacidade de formular hipóteses, de desenvolver estratégias, de tomar decisões etc.

É claro que os problemas da vida não são problemas de matemática (embora, às vezes, possam envolvê-la). Mas, aprender a resolver problemas de matemática desenvolve um conjunto de competências que são também úteis para resolver outros problemas. Pois bem, nos problemas da vida profissional ou pessoal, raramente temos, de início, todos os dados para resolvê-lo. Por isso, é importante que as crianças, desde já, diante de uma situação problema, saibam identificar os dados relevantes, desprezar as informações que não são necessárias para responder certa pergunta, perceber se há dados incompletos ou informações contraditórias. Todo esse aprendizado é rico, pode e deve começar muito cedo. As crianças conseguem, aos poucos, aprender essas lições.

Não é a primeira vez que somos procurados por pais e mães que se surpreendem diante de problemas como esses e, também, por outros aspectos de nossos livros. Entendo bem essa surpresa. De fato, a matemática que estamos procurando ensinar hoje aos nossos alunos difere, em muitos aspectos, daquela que aprendemos em nosso tempo de estudantes. É claro que os resultados da matemática não mudaram. Estou me referindo a métodos, objetivos, recursos didáticos, formas de apresentação, organização curricular, inclusão de novos conteúdos etc. (SANTOS, 2014, p. 71)

Um dos problemas questionados, e apresentado pelo autor, é do tipo aberto, cujo enunciado pergunta o troco de certo cliente após comprar alguns itens, mas não especifica, no enunciado, o valor de cada item. Como o problema é apresentado em um livro didático, na versão do professor há a explicação de que se trata de um problema com falta de dados e sugere ao professor, ou professora, que questione os alunos quais são as informações que faltam. Outra estratégia de solução é propor a pesquisa do valor médio dos itens citados.

Assim, apesar de, em um primeiro momento, o problema com falta de dados poder causar um impasse no receptor e talvez angústia por acreditar que há algum erro, o contato com problemas desse tipo pode fazer com que o receptor crie estratégias e maneiras para solucionar tal problema que servirão como experiência para outros enunciados.

2.1.2. PROBLEMAS COM EXCESSO DE DADOS

Com os problemas com excesso de dados a situação é um pouco diferente. Assim como nos problemas com falta de dados, pelo próprio nome é possível entender que se tratam de problemas cujo enunciado possui mais informações do que aquelas necessárias para solucioná-lo e assim, com estes, é necessário avaliar quais dados serão e quais não serão utilizados para a solução. Apesar do excesso de informações, nesses problemas é possível que haja solução única, mais de uma solução ou mesmo nenhuma.

Um exemplo é imaginar uma situação que traz em seu enunciado dados suficientes para duas soluções e resultados diferentes, neste caso, os dados para uma das soluções são excedentes no enunciado se pensarmos na outra solução. Também é possível ter dados excedentes e mesmo assim não ser possível construir uma solução para o problema.

Um exemplo para este tipo de problema é o enunciado a seguir apresentado por Brolezzi (2013):

Há dois fios pendurados no teto da sala a certa distância um do outro. Segurando um deles com a mão, não se consegue alcançar o outro com a outra mão. A sua tarefa é amarrar os dois fios. Você dispõe de um dicionário, um grampeador, um copo, uma rã viva e um alfinete. Como você juntaria os dois fios? (BROLEZZI, 2013, p. 71)

O autor até brinca com a forma que as pessoas tratam a rã ao se depararem com tal enunciado, mas a solução não depende necessariamente dela, uma das soluções possíveis é utilizar as folhas do dicionário e o grampeador para aumentar um dos fios e assim alcançar o outro. No enunciado acima é possível criar, devido a quantidade de itens no enunciado, diversos cenários para solucionar tal problema e nem sempre será necessário utilizar todos os itens disponíveis, mas, vale lembrar, que a solução deverá ser plausível e logicamente possível.

A dificuldade nesse tipo de problema está em entender que nem tudo que está no enunciado precisa ser utilizado para solucioná-lo e essa dificuldade pode ser estimulada quando é ensinado aos alunos que todos os dados do problema possuem necessariamente uma função em sua solução, ou seja, se chama a atenção para os dados disponíveis, quais ainda não foram usados e, na maioria das vezes, todas as informações fornecidas são usadas na resolução.

É importante citar aqui, também, que esse pensamento de que todos os dados do enunciado devem ser utilizados é decorrente do fato de que o ensino tem sido pautado por problemas em que isso é exigido.

Um bom exemplo é o caso de enunciados como “Você possui 10 canetas vermelhas no seu bolso direito e 10 canetas azuis no seu bolso esquerdo. Quantos anos você tem?”, que poderiam ser classificados como exercícios para a maioria dos públicos receptores, porém, devido à dificuldade em separar a informação excedente da pergunta pessoal, se tornam problemas, pois causam confusão no receptor, que não consegue relacionar as canetas com as idades - que de fato não há - e, muitas vezes, acaba respondendo por impulso que possui 20 anos, mesmo não tendo essa idade, ou seja, apenas realiza a operação que mais parece fazer sentido com os dados do enunciado.

2.4. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, SEU ENFRENTAMENTO E A PROMOÇÃO DE HABILIDADES

Antes de abordarmos sobre a resolução de problemas em si, é importante discutirmos um pouco sobre competências e habilidades. Assim, primeiro destacamos que, de forma resumida, as competências são conjuntos formados por habilidades e conhecimentos, Machado (2006) traz a ideia de que competência é a capacidade de aprender ou compreender algo, já as habilidades são a capacidade de fazer algo.

A competência é um atributo das pessoas, exerce-se em um âmbito bem delimitado, está associada a uma capacidade de mobilização de recursos, realiza-se necessariamente junto com os outros, exige capacidade de abstração e pressupõe conhecimento de conteúdos. (MACHADO, 2006, p.1)

Assim, quando propomos a promoção da resolução de problemas, uma das competências gerais presentes na BNCC (2018), muito desenvolvida na disciplina de Matemática e esperada por essa também, nos referimos ao conhecimento envolvido naquele problema proposto junto à capacidade do aluno ou aluna de lidar com ele, desenvolvendo certas habilidades.

Então, ao propor um problema estamos desenvolvendo a competência de resolução de problemas, que é a união dos conhecimentos a serem desenvolvidas de acordo com os conteúdos que o problema abrange e as habilidades para a sua solução, como a própria resolução de problemas, a criatividade, a criticidade, a heurística e muitas outras. Assim a resolução de problemas pode, e será, tratada tanto como uma competência, quanto como uma habilidade.

Ao mesmo tempo, muitos autores a tratam como habilidade e descrevem a resolução de problemas como a função do ensino de Matemática, como Smole (2001), que escreve que “um dos maiores motivos para o estudo da matemática na escola é desenvolver a habilidade de resolver problemas”, e Imenes (SANTOS,2014).

É claro que os problemas da vida não são problemas de matemática (embora, às vezes, possam envolvê-la). Mas, aprender a resolver problemas de Matemática desenvolve um conjunto de competências que são também úteis para resolver outros problemas. (SANTOS, 2014, p.4)

A partir disso, entendemos que essas podem ser por vezes competências e por vezes habilidades e, portanto, serão tratadas aqui como ambas, tendo como foco sua promoção por meio da resolução de problemas.

Aprofundando o que seria essa resolução de problemas e como promovê-la na sala de aula, destacamos que, além da atitude de enfrentamento, essa pode promover o pensamento criativo e crítico e, assim, desenvolver a criatividade e criticidade. Para o enfrentamento desses problemas, as quatro etapas de Polya (1995), que podem ser resumidas em interpretar o problema, criar um plano para resolvê-lo, executar este plano e analisar esta execução, podem ser importantes. A seguir explicaremos melhor cada uma dessas etapas pelas quais, segundo o autor, é possível solucionar qualquer problema.

Para Polya (1995) a compreensão do problema é a primeira etapa para sua solução. Para ele um “solucionador de problemas inteligente procura, antes de tudo, compreender o problema” (p. 118), mas escreve que o aluno não tem apenas que compreender o problema, mas deve também querer solucioná-lo. A compreensão do problema é necessária para iniciar a sua solução, nesta etapa deve-se identificar os dados, informações importantes, qual o problema e hipóteses, para isso o autor sugere isolar as partes principais, examiná-las e fazer algumas indagações normalmente são feitas como “Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?” (p. 5), neste momento é importante observar o problema de diversas maneiras, diversos pontos de vista.

Depois de compreender o problema, passamos para a segunda etapa que é a elaboração de um plano: quais ferramentas conhecidas devemos e podemos utilizar para solucionar o problema ou se conhecemos algum problema parecido com este. Polya (1995) entende que esse caminho pode “ser longo e tortuoso” (p. 7); se o problema é muito longo ou complexo, é importante dividi-lo, pois todos os detalhes são importantes, podendo o plano surgir aos poucos ou depois de muitas tentativas e erros - “Cometer erros seria um bom modo de aprender. Francis Bacon (1561 - 1626) disse que ‘A verdade surge mais facilmente do erro do que da confusão’” (BROLEZZI, 2013, p. 97), e o papel do professor é auxiliar e, se necessário, “propiciar-lhe, discretamente, uma ideia luminosa” (POLYA, 1995, p. 7).

A terceira etapa parece ser a mais simples, mas muitas vezes pode trazer alguns problemas. A etapa de executar o plano é, de fato, aplicar o plano, colocar a mão na massa, ou seja, utilizar as ferramentas que acredita serem úteis para encontrar a solução, ou realizar um plano semelhante a algum executado em um problema parecido. Nesta etapa Polya (1995) fala em paciência, isso porque, como lembra o autor, “o maior risco é o de que o estudante esqueça o seu plano, o que pode facilmente ocorrer se ele recebeu o plano de fora e o aceitou por influência do professor” (p. 11).

Por fim, a última etapa é avaliar a solução encontrada, que Polya (1995) chama de retrospecto, mas nada mais é que analisar se a solução faz sentido, se há algo que pode ou deve ser alterado ou simplificado. Esta etapa pode parecer desnecessária, porém é de suma importância para o aprendizado, isto porque é nela que é observado o que pode ser modificado e nela em que frisamos o que foi feito, como foi feito e porque foi feito. Assim, com esta etapa, o aluno consegue “consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas” (p. 12) de maneira que consegue utilizar o conhecimento adquirido com a resolução desse problema nos próximos problemas que enfrentará.

Polya (1995) explica que o aluno aprende a resolver problemas por meio da imitação e prática, sendo assim, as etapas são auxiliares neste processo de aprendizagem, pois o(a) professor(a), ao utilizar as etapas para a resolução, fará com que o aluno o imite, utilizando também as etapas, que, com a prática, se tornarão parte do processo de resolução, assim desenvolverá “a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio” (p.3) e ainda, que, quando o aluno passa a resolver o problema, este acrescenta algo à essa sua habilidade. Assim, de acordo com o autor é necessário que nós, professores, utilizemos as indagações genéricas, como “quem?”, “quando?”, “quantos?” e outras, quando estamos ensinando e também quando estamos resolvendo o problema, mostrando a eles como utilizar tais indagações.

Pozo (1998) também escreve sobre resolução de problemas e diz que o ensino de resolução de problemas cria nos alunos “o hábito e atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta” (p.14) e defendia que a resolução de problemas não utiliza de rotinas automatizadas.

Em outras palavras, sem compreensão da tarefa os problemas se transformam em pseudoproblemas, em meros exercícios de aplicação de rotinas aprendidas por repetição e automatizadas, sem que o aluno saiba discernir o sentido do que está fazendo e, por conseguinte, sem que possa transferi-lo ou generalizá-lo de forma autônoma a situações novas, sejam cotidianas ou escolares. (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p.15)

Para o autor a solução de problemas desenvolve estratégias gerais que poderão e serão utilizadas sempre ao se depararem com situações novas ou diferentes e escreve que a eficiência na solução “depende muito da disponibilidade da ativação de conhecimentos conceituais adequados” (POZO, 1998, p.32).

O processo de solução propriamente dito, por sua vez, exige um conhecimento heurístico ou estratégico que nos ajuda a estabelecer as metas e os meios úteis para alcançá-las e um conhecimento operacional ou algorítmico que nos permite executar nossas estratégias e planos. (POZO, 1998, p.52)

Faz, também, o levantamento de questões importantes como a relação que os alunos fazem dos problemas encontrados na escola e os similares encontrados no cotidiano, ali surge o questionamento de o porquê esses alunos não conseguem solucionar os problemas da vida real, se conseguem solucionar os problemas similares na escola.

Ao longo de sua escrita Pozo (1998) cita o DCB (Diseño Curricular Base) que é um conjunto de objetivos, conteúdos, metodologias pedagógicas e critérios de evolução para cada ano do Sistema Educativo, similar aos documentos orientadores que temos, que afirma que a atividade matemática contribui não só para o pensamento lógico matemático, mas também para criatividade, intuição, capacidade de análise e crítica, porém também escreve sobre a maneira que conduzimos normalmente nossa aula, definindo e podendo determinadas soluções e respostas.

Pozo (1998) ainda escreve sobre a necessidade do equilíbrio, pois ao aplicar e utilizar apenas problemas em sala de aula pode haver um esgotamento do aluno que poderá ser desestimulado e começar a resistir às soluções. Um enunciado poderá ser interpretado como problema ou como exercício pelos alunos de acordo com a apresentação desse feita por nós professores. Por fim, é importante também apresentar aqui, que Pozo (1998) também visualiza que “esse processo de interiorização das estratégias do aluno é um exemplo a mais de intervenção educacional na zona de desenvolvimento proximal do aluno, seguindo a terminologia de Vygotsky” (p. 163).

Skovsmose (2014) quando escreve sobre a resolução de problemas lembra que “muitas coisas inesperadas podem acontecer, mais do que o professor pode estar preparado” (p.64) o que pode levar à insegurança do professor, mas lembra ainda que “uma zona de risco é uma zona de possibilidades” (p.64). Relacionado a isso, Polya (1995) escreve sobre o insucesso na solução de problemas, que pode causar um desânimo e desinteresse nos alunos, porém é necessário lembrar dos êxitos e com a lembrança desses é possível também verificar se não há nenhum “problema correlato que seja mais acessível” (p. 162) e, caso não exista, o autor sugere a invenção de um. O autor cita também o quão superior é o ser humano que sempre consegue superar seus obstáculos como mais um motivo para não desistir da solução do problema.

Após esse levantamento, surge o questionamento se esse processo, como o proposto por Polya (1995), que soluciona qualquer problema por meio das quatro etapas, seria capaz de auxiliar na resolução de problemas não rotineiros e, assim, poderíamos utilizar tais problemas em sala de aula sem medo de como os alunos o encarariam.

A solução dos problemas não rotineiros demanda um pouco mais de atenção do receptor, porque problemas como esses trazem a ideia de romper com mecanização, a certeza da existência da resposta única, traz o estranhamento tanto dos alunos como também pais e até professores (SANTOS, 2014). Nessa construção muitas competências e habilidades podem ser promovidas, isso porque o receptor se depara com um desafio, algo desconhecido e não rotineiro.

As etapas de Polya (1995) são então, talvez, uma alternativa para a busca pela solução, soluções ou ainda a falta de solução do problema. A compreensão do problema e a elaboração de um plano podem ser ainda mais difíceis aqui, após, o aluno deve avaliar se há em sua bagagem ferramentas que podem ser utilizadas na solução ou, caso não haja nenhuma ferramenta conhecida para solucionar este problema, tentar construir um novo processo para a solução. As etapas seguintes não devem ser muito diferentes de um problema rotineiro, pois após a elaboração do plano bastaria a sua execução e verificação. Utilizando como exemplo o problema do capitão, demonstraremos como poderia ser essa solução.

No enunciado do problema temos poucas informações e apenas uma pergunta. Sabemos que há o capitão de um navio, que nesse navio há 26 ovelhas e 10 carneiros e, com apenas essas informações, devemos encontrar a idade do capitão.

De acordo com a primeira etapa, devemos compreender este enunciado, então dele podemos tirar duas informações importantes. A primeira é que, se estamos interpretando o problema como uma situação real, ou seja, não estamos falando de um navio e animais de brinquedo, por exemplo, e há 26 ovelhas e 10 carneiros no navio, este navio não é uma embarcação pequena, pois, caso o fosse, não caberia todos esses animais. A segunda é que, além disso, se ele é capitão deste navio, não deve ser um homem muito jovem, pois não seria comum receber este título tendo pouca idade. Assim, compreendido o enunciado desta maneira, devemos traçar um plano para solucioná-lo.

Na segunda etapa, devemos traçar um plano para solucionar o problema, que tende a ficar mais fácil quando passamos pela primeira, isso porque, entendendo que o capitão é um homem não muito jovem, de um navio que não é pequeno. Assim, podemos traçar como plano de solução uma pesquisa de lugares no mundo que costumam transportar carneiros e ovelhas em navios e, após encontrar esse lugar, pesquisar qual a faixa etária dos capitães dessas embarcações.

Com o plano definido partimos para a terceira etapa, que é a execução deste plano, então devemos, neste caso, realizar as pesquisas, descobrir os lugares e as idades e, caso tenhamos valores diferentes como resposta, podemos definir como solução uma faixa etária, ou seja, um conjunto de idades possíveis, ou a média das idades encontradas.

Por fim, na última etapa verificamos se nosso plano foi o mais simples, se foi bem executado e se responde à nossa questão inicial. Se tudo isso for positivo, chegamos à solução do nosso problema.

É importante destacar aqui que essa foi uma possibilidade de solução, pensada por adultos professores, que não decidiram tal plano de solução no primeiro contato com o problema, e sim após algumas trocas e discussões entre possibilidade. Porém por ser um problema não rotineiro, do tipo aberto, poderíamos, utilizando também as etapas de solução de problemas de Polya (1995), ter diferentes soluções para esse problema, como por exemplo determinar que esses animais são na verdade ursinhos de pelúcia, ou brinquedos pequenos e o capitão é na verdade uma criança, dona desses brinquedos. Ou poderíamos ainda, por meio das etapas, concluir que se tratava de um problema com falta de dados e, portanto, não havia solução para ele.

As etapas de Polya (1995) são importantes, porque com elas criamos, em nós e nos alunos, uma linha de raciocínio para a resolução do problema, um caminho para enfrentá-lo. Muitas vezes paralisamos ao nos deparar com alguns problemas, muitas vezes pelo fato de não saber nem por onde começar, mas tendo um processo de resolução como base, como são as quatro etapas, o problema passa a ser um desafio a ser vencido, e que sabemos como começar sua resolução. Além disso, ao lidar com os problemas como desafios, a primeira etapa permite o desenvolvimento da criticidade, a segunda etapa da criatividade e todas elas da resolução de problemas.

A partir do exposto surge então o questionamento de como garantir o aprendizado do aluno ao se deparar com um problema onde há diversas soluções diferentes e todas elas podem ser consideradas corretas.

2.5. O PROFESSOR E OS DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO

Pensando em tudo que apresentamos até agora, uma dúvida que pode surgir é, percebemos que então é possível, por meio da Matemática, e mais precisamente utilizando os problemas não rotineiros, abertos, com falta ou excesso de dados, promover a criatividade e criticidade em nossos alunos, como uma alternativa ao ensino mecanizado, mas será que esses problemas são capazes de desenvolver os conhecimentos matemáticos em si?

Para tentar entender esse desenvolvimento ou não da Matemática precisamos, além de entendê-la como uma ciência que vai muito além dos cálculos e operações, identificar um possível medidor desse desenvolvimento. Para isso, usaremos como base os conhecimentos pedagógicos de Shulman (1986), que escreve que ao estudar as complexidades da compreensão e transmissão do conhecimento do conteúdo pelo professor fica mais aparente a necessidade de uma estrutura teórica coerente (p. 9) e, com isso, propunha a divisão do conhecimento profissional dos professores em três categorias denominadas como: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento do currículo e a partir de seus artigos de 1986 e de 1987, quando o autor propõe as principais categorias do conhecimento do professor (Figura 2).

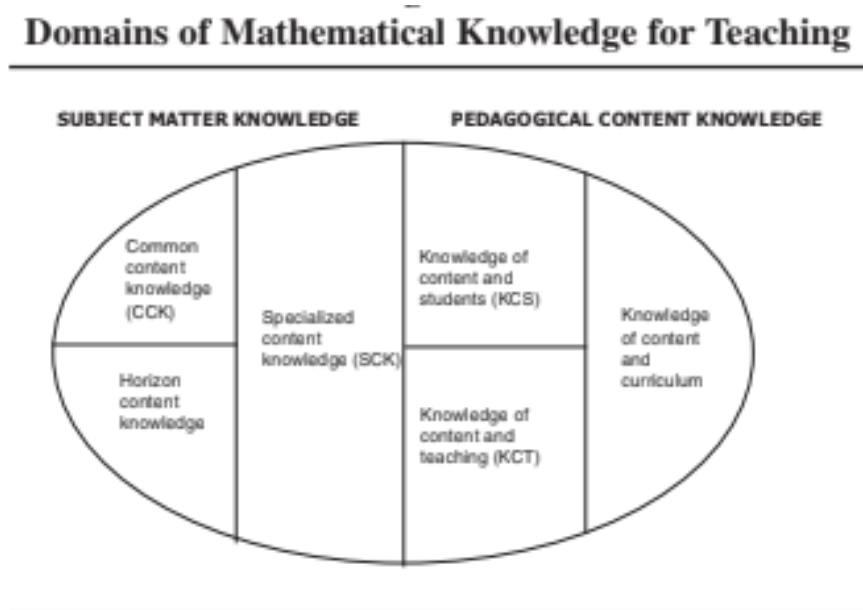
Figura 2 – Categorias principais do conhecimento do professor

Shulman's Major Categories of Teacher Knowledge

- General pedagogical knowledge, with special reference to those broad principles and strategies of classroom management and organization that appear to transcend subject matter
 - Knowledge of learners and their characteristics
 - Knowledge of educational contexts, ranging from workings of the group or classroom, the governance and financing of school districts, to the character of communities and cultures
 - Knowledge of educational ends, purposes, and values, and their philosophical and historical grounds
 - Content knowledge
 - Curriculum knowledge, with particular grasp of the materials and programs that serve as "tools of the trade" for teachers
 - Pedagogical content knowledge, that special amalgam of content and pedagogy that is uniquely the province of teachers, their own special form of professional understanding
- (Shulman, 1987, p. 8)

Em sequência disso, Ball (2008) experiência algumas das hipóteses de Shulman no ensino de Matemática e chega ao que ela denomina “Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino” (Figura 3), propondo seis domínios, e não mais três categorias como Shulman (1986), que acreditamos ser, talvez, medidores das promoções de habilidades matemáticas nos alunos, isso porque ao considerá-los, o professor consegue perceber de forma mais clara a aprendizagem do aluno em matemática.

Figura 3 – Domínios do conhecimento matemático para o ensino



Fonte: (BALL, THAMES, PHELPS, 2008, p. 403)

Para uma breve definição de cada um desses domínios podemos separá-los em dois grupos, o primeiro grupo é caracterizado como domínios do conhecimento do conteúdo, que são os domínios apresentados na Figura 3 do lado esquerdo. O primeiro domínio é o do conhecimento comum do conteúdo (CCK) é aquele que o professor deve ter para conseguir realizar o que propôs aos seus alunos e não somente para o ensino. Em seguida é apresentado o domínio do conhecimento matemático horizontal que é a habilidade do professor relacionar conteúdos do currículo matemático. Por fim, mais centralizado, está o domínio do conhecimento especializado do conteúdo (SCK) que é único para o ensino, aquele no qual o professor deve reconhecer os erros dos estudantes, considere isso em sua preparação para a prática, ser capaz de falar sobre os conteúdos, responder perguntas e tudo mais relacionado ao pedagógico.

O segundo grupo, apresentado à direita da Figura 3, estão os classificados como conhecimentos pedagógicos do conteúdo, sendo o primeiro, mais central, o domínio do conhecimento do conteúdo e dos estudantes (KCS) que é aquele no qual o professor é capaz de antecipar as dúvidas ou questionamentos dos alunos, ou seja, mescla os saberes dos alunos com o dos professores. Em seguida o Domínio do conhecimento e do ensino (KCT) que é uma junção do conhecimento pedagógico, do ensino, com o conhecimento matemático, aqui entra a habilidade de sequenciar conteúdos, por exemplo. E, por fim, o domínio do conhecimento e do currículo que se refere aos objetivos educacionais propostos nos documentos orientadores de acordo com ano ou ciclo do aluno, conhecimento do que são os padrões e as avaliações.

A partir desses, Silva e Santos (2014) em seu artigo fazem uma análise de ambos autores e chegam a uma nova ideia dos domínios propostos por Ball (2008) traduzida em uma imagem (Figura 4) que remete a um cata-vento, para representar tais domínios do conhecimento matemático para o ensino, na qual nos baseamos para essa discussão.

Em nossa leitura a perspectiva de uma comparação com a imagem de um “Cata-Vento” é plausível, pois se relaciona com a ideia de movimento. Um cata-vento possui a perspectiva da estaticidade por possuir abas que constituem seu corpo, porém ao ser colocado em movimento pelo vento, realiza uma ação de unificação entre suas partes (no nosso caso domínios), fluindo de uma maneira e se constituído não por várias abas, mas sim por uma única aba que o constitui como um todo.

Acreditamos que dessa mesma forma se apresenta a prática do professor de matemática. Este pode possuir ou não, todos ou parcialmente, os domínios apresentados por Ball et al (2008), e estarem em um ato estático dentro do seu ser constituinte de professor de matemática. Contudo, ao realizar a ação docente, essas constituições começam também a entrarem em movimento, e assim como o cata-vento, esses domínios deixam de ser identificados como categorias estáticas e passam a ser identificadas como uma unificação, chegando ao que nos referimos aos “Conhecimentos Específicos do Professor de Matemática (CEPM)”. (SILVA, SANTOS, 2014, pag. 8 - 9)

Os autores, com tal imagem, trazem então a ideia de movimento e entrelaçamento, isso porque um conhecimento pode, e muitas vezes está ligado ao outro.

Figura 4 – Cata-vento de domínios do conhecimento matemático para o ensino



Fonte: (SILVA, SANTOS, 2014, p. 50)

A partir do exposto, seria interessante investigar de que forma esses domínios poderiam ser identificados então em exemplares de problemas não rotineiros, abertos, com falta ou com excesso de dados, para assim levar esse entendimento a outros professores e professoras, com o objetivo de apresentar esses problemas como alternativa à mecanização, sem fugir do ensino de Matemática em si.

3. VIVÊNCIAS COM OS PROBLEMAS NÃO ROTINEIROS EM SALA DE AULA

Este capítulo tem por objetivo apresentar algumas percepções ao se trabalhar com problemas não rotineiros, abertos, dos tipos com falta ou excesso de dados. A primeira percepção que apresentaremos é da busca de uma professora, colega de trabalho e que não participou nem das primeiras entrevistas e nem do formulário, responsável pela disciplina de Matemática em duas turmas de 5º ano em 2020. A mesma relatou que, ao ter contato com os problemas propostos no material trilha de aprendizagens, Figura 10 e Figura 11, ficou surpresa e, a princípio, questionou se as questões não estavam erradas ou mal redigidas. Esse material foi produzido em 2020, de maneira bastante rápida, pois tinha como intenção atender os alunos em ensino remoto, principalmente aqueles que não possuíam acesso à internet.

Figura 10

- a) Um caminhão pequeno com dois eixos pode transportar 640 litros de óleo de cada vez. Ele pesa, vazio, 14 toneladas. O caminhão transportará 4 vasilhames: um com 250 litros, outro com 330 litros, outro com 250 litros e outro com 28 litros. Quantas viagens ele terá de fazer, no mínimo? Quais são os vasilhames que podem ser levados em cada uma dessas viagens?
- b) Uma jarra cheia de água enche 4 copos. Duas jarras e meia enchem quantos copos?
- c) Na distribuidora de Lucas já havia 1 233 pacotes de farinha, quando chegaram outros 468. Muitas latas de refrigerantes foram vendidas naquele dia. Quantas ficaram no depósito?

Fonte: Trilhas de Aprendizagem 5º ano - 2020 - SME-SP

Figura 11

- a) Todos os 28 alunos de uma escola de natação foram organizados em 4 equipes para participarem de uma competição. Qual é a idade da monitora de natação desses alunos?
- b) Helena e Marina possuem juntas 17 figurinhas de jogadores de futebol. Quantas figurinhas possui cada uma?
- c) A coleção de João é formada por 5 bonés de times de basquete. Carlos possui, em sua coleção, 4 bonés de times de basquete a mais do que João. A coleção de André possui mais bonés de times de basquete do que as coleções de João e Carlos juntas. A coleção de André é formada por quantos bonés de times de basquete?

Fonte: Trilhas de Aprendizagem 5º ano - 2020 - SME-SP

Após diálogo com a mesma, esta contou que era seu primeiro contato com problemas desse tipo, mas que achou interessante a proposta, principalmente porque, segundo ela, os alunos teriam, assim, mais atenção ao resolver e não fariam apenas as contas, ou seja, poderia mobilizá-los, mudando sua atitude e postura de enfrentamento. Após algumas aulas relatou que seus alunos também sentiram um estranhamento no primeiro contato com os enunciados, mas após orientações conseguiram propor soluções para os problemas. Assim entendemos que a mesma os estimulou a buscar algumas estratégias para solucionar os problemas.

Alguns dos problemas da sequência didática, que será apresentada a seguir como parte do produto educacional desta investigação, foram aplicados em minha prática docente a alunos de alguns anos, ao longo de aulas de resolução de problemas, misturado a problemas rotineiros e exercícios, com o objetivo de identificar a reação, as respostas e as estratégias utilizadas pelos alunos para a solução de tais problemas. Essa aplicação foi possível, pois houve autorização do CEP para coleta de dados por meio de atividades dos alunos da escola.

O primeiro problema proposto aos alunos foi o problema do capitão, proposto como desafio a alunos de três sextos anos e dois nonos anos. Diversos alunos levantam a dúvida de qual é a relação entre a quantidade de animais e a idade de uma pessoa, porém, com o passar do tempo e com discussões compartilhadas, começaram a propor algumas soluções.

A primeira resposta que surge, em todas os anos, é 36 e, ao serem questionados, respondem prontamente que “é só somar” as quantidades de carneiros e ovelhas, ao serem questionados se faz sentido a resposta é unânime que não, mas que são os únicos números no enunciado, portanto deveriam utilizá-los e fazer uma conta com eles. Seguindo esse raciocínio, então poderiam também apresentar os valores 16, 260 ou até mesmo 2,6 anos, mas ao serem questionados sobre essas possibilidades negam que seja possível ser capitão com tais idades. Nesse sentido, a resposta com valores de operações de soma, subtração, multiplicação e divisão, nos mostram que aprenderam tais operações, e acrescentam uma argumentação simples, porém vinda de reflexão, que é o único resultado plausível.

Pensando no que foi descrito anteriormente, destacamos que essa prática de utilizar os dados do enunciado e com eles fazer uma operação matemática é percebida pelo fato de terem aprendido isso, dessa forma, ao longo dos anos. Mas, determinar que o resultado da soma é o que mais condiz como resposta já demonstra um pouco de criticidade no aluno ou aluna. Apesar disso, grande parte dos alunos não propõe outra estratégia de resolução se não forem questionados.

Também é importante destacar que as respostas a este problema nos nonos anos trazem um pouco mais de diversidade, pois alguns alunos chegaram a sugerir que o capitão tinha idades que variam de 50 a 60 anos e, ao serem questionados, responderam que era uma idade boa para ser capitão, ou seja, possivelmente promoveu nesses alunos um raciocínio crítico, ao mesmo tempo, alguns alunos brincaram dizendo que o capitão até poderia ter 260 anos, desde que fosse como os do filme “Piratas do Caribe”, o que nos leva a pensar que aqui também é possível promover a criatividade nos alunos.

Fonseca e Gontijo (2020) apresentam uma resposta interessante e bastante crítica de um internauta a esse problema, em publicação do site Ciberia¹.

O peso total de 26 ovelhas e 10 cabras é 7.700 kg, com base no peso médio de cada animal. Na China, para conduzir um navio com mais de 5.000 kg de carga, é preciso ter uma licença de barco há cinco anos. A idade mínima para conseguir uma licença é 23 anos, por isso, o capitão tem, pelo menos, 28 anos.

Já lendo a reportagem por inteiro e até seguindo a leitura para alguns comentários, é possível perceber que, como grande parte das pessoas desconhecem e não tem acesso a problemas como este, acabam lidando com eles como se fossem errados ou até respondendo de forma displicente.

Foi possível perceber que, após a aplicação do problema do capitão, os alunos ficaram mais atentos às informações do enunciado, questionando sempre se o problema havia ou não solução e então foi proposto a eles o problema dos barcos. Inicialmente alguns alunos responderam que 19, que seria a subtração dos 54 que saíram da soma dos 40 que estavam no porto com os 33 que entraram, ou 61, que é resultado da diferença entre 54 e 33, somado a 40, alguns poucos alunos ainda sugeriam que seria 40 e até criaram explicações como “o porto fecha às 12h”, mas com o passar do tempo perceberam que se tratava novamente de um problema não rotineiro, aberto e com falta de dados. Em uma das salas do nono ano, na qual esse problema foi proposto, houve 10 respostas diferentes, quase todas relacionadas a alguma operação com os valores do enunciado, o que chocou até os alunos.

O terceiro, e último, problema proposto aos alunos em sala de aula foi o problema da girafa. Alguns alunos, bastante atentos, procuraram algo no enunciado logo que apresentados a eles, pensando ser mais um problema sem solução. Um aluno chegou a responder que Hemengardo tinha 40 gravatas apenas, porque era a única vez que havia a palavra depois de uma quantidade e que todas as outras estavam ali para enganá-lo. Outra aluna questionou o motivo dos números oito e quatro estarem escritos por extenso e sua amiga logo identificou que os cachecóis eram um distrator ali.

¹ Disponível em:
<<https://ciberia.com.br/se-um-navio-tiver-26-ovelhas-e-10-cabras-bordo-quantos-anos-tem-o-capitao-do-navio-32800>>. Acesso em 18 nov. 2022.

O problema da girafa foi aplicado apenas nos sextos anos e foi o problema que mais gerou divergência nas respostas, ao todo foram 44 alunos que apresentaram solução para o problema e 23 respostas diferentes. Ter muitas respostas diferentes para um problema com solução nos faz perceber a mecanização no ato de somar todos os números escritos por algarismos e deixar de somar os escritos por extenso, e também no ato de somar os cachecóis, quando se pede apenas as gravatas. Apesar de ter 23 respostas diferentes, a resposta que apresentou maior frequência foi a correta, 13 alunos acertaram, as outras respostas mais dadas são as que têm relação com as quantidades escritas por extenso ou com a quantidade de cachecóis.

Também, no mesmo período, esses problemas eram apresentados e discutidos com professores e simpatizantes da área da educação em páginas também desenvolvidas como produtos educacionais desta investigação e cada vez mais nos foi ficando claro a importância e a falta desses problemas nos materiais utilizados em sala de aula como os livros didático, isso porque, assim como Fonseca e Gontijo (2020), concordamos que esses problemas estimulam o pensamento crítico e criativo em matemática por contemplarem “múltiplas possibilidades de respostas” (p. 975) o que motiva e estimula os alunos.

Por essas vivências serem simultâneas às discussões com outros professores, também eram simultâneas às buscas por respostas aos questionamentos de “onde estava o ensino de matemática nesses problemas”, o que fez com que os domínios do conhecimento matemático fossem identificados na prática, nos fazendo compreender que se os identificamos, como sendo necessários à prática docente de matemática, esses problemas eram sim parte de seu ensino.

Toda essa vivência exposta aqui reforça a importância que os produtos educacionais propostos por essa pesquisa terão, servindo como material importante para auxiliar o professor e também ser um espaço onde esses possam trocar suas experiências, dúvidas e sugestões, ou seja, disponibilizando mais ferramentas para combater o ensino mecanizado que está tão presente hoje.

4. EMBUSCA DE POSSIBILIDADES DA PROMOÇÃO DE CRIATIVIDADE E CRITICIDADE – A PESQUISA

A pesquisa se caracteriza como qualitativa e tem um viés teórico-analítico a fim de compreender a promoção de criatividade e criticidade, por meio da resolução de problemas não rotineiros incorporados às práticas pedagógicas no ensino fundamental, como meio de combate à mecanização do ensino de Matemática, identificando os domínios do conhecimento matemático em enunciados de problemas com falta ou com excesso de dados. Para isso, parte de uma revisão bibliográfica exploratória inicial de referenciais bibliográficos e materiais didáticos, em seguida, analisa entrevistas com professoras de matemática do ensino fundamental e respostas a um formulário online de discussão sobre o tema, e, por fim, identifica em problemas não rotineiros os domínios do conhecimento pedagógico para o ensino.

Para a pesquisa bibliográfica fez-se um levantamento a partir das plataformas de busca: Scielo, Eric, Google Acadêmico, Periódicos Capes e Science Direct, utilizando diversas combinações de descritores, a fim de encontrar o máximo de material relacionado aos temas. Após esse levantamento bibliográfico, construiu-se, num primeiro momento, um roteiro de entrevistas que foi aplicado a três professoras e analisado, buscando garantir unidade na categorização da análise para o enunciado das inferências. O mesmo referencial foi utilizado na análise feita, em um segundo momento, a partir das respostas de professores de matemática, registradas em um questionário online proposto como Formulário Google. Por fim, uma leitura crítica de alguns problemas não rotineiros foi feita, com o objetivo de identificar os domínios do conhecimento matemático para o ensino.

Os professores participantes concordaram com o Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE) antes de participarem da pesquisa, tanto no primeiro momento (Apêndice B), quanto no segundo (Apêndice C), que lhes apresentava os objetivos da pesquisa, metodologia da coleta de dados, resguardando sigilo necessário e seu direito à desistência de participação. No segundo TCLE, o professor também concordava com a gravação de áudio e/ou vídeo da entrevista feita, caso houvesse uma videochamada, e teve ciência dos riscos relacionados à uma pesquisa virtual.

4.1. PERCURSO DA PESQUISA

Essa pesquisa, iniciada em 2019, passou por um processo de reestruturação devido à pandemia da COVID-19, porém manteve a preocupação com a mecanização presente no ensino da matemática, questão que nos instiga desde sempre.

Inicialmente nosso objetivo era compreender como a criticidade e a criatividade poderiam ser promovidas em alunos do ensino fundamental, por meio de uma sequência didática organizada com problemas abertos com falta ou com excesso de dados e desenvolvida no âmbito de um projeto de recuperação de aprendizagens sob minha responsabilidade em uma escola municipal da cidade de São Paulo. Houve uma grande dificuldade na organização dessa sequência didática, uma vez que há pouca discussão, mesmo acadêmica, e materiais disponíveis para professores. Isso fez com que se pensasse em compreender como os professores lidariam também com essa proposta, tendo como exemplo os apontamentos dos professores feitos à Imenes (SANTOS, 2014), em que esses estranhavam enunciados com falta de dados, por exemplo, e encaravam como um erro de digitação ou impressão. Assim, propusemos também uma fase de entrevistas com as professoras desses alunos.

Essa ideia inicial de pesquisa teve aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa do IFSP² no final de 2019, quando as entrevistas foram feitas, mas decidimos aguardar o início do ano letivo seguinte para desenvolvimento da sequência didática elaborada, para assim garantir uma maior participação dos alunos. Porém, devido a alteração na minha atribuição de aulas em 2020 e ao final do referido projeto, optamos por incorporar as atividades da sequência didática no desenvolvimento da disciplina de matemática, aumentando o público que participaria da pesquisa, e, assim, houve também a necessidade de uma emenda ao projeto e nova submissão ao Comitê de Ética em Pesquisa do IFSP, pois haveriam alterações nos textos de alguns documentos.

A pesquisa foi aprovada³ novamente, no início de março, e a coleta de dados estava prevista para abril de 2020, porém, em meados de março de 2020, iniciamos o isolamento e, posteriormente, o ensino remoto em consequência da pandemia de COVID-19. Como a princípio não sabíamos a duração do ensino remoto, decidimos esperar para que a aplicação fosse de forma presencial, devido a tudo que seria observado nos alunos, como postura, interação e reação diante dos problemas não rotineiros, às propostas de resolução em grupo e também devido a baixa participação nas aulas remotas, por diversos motivos.

² Parecer de Aprovação sob CAAE: 21705819.7.0000.5473 e Número do Parecer: 3.685.617

³ Parecer de Aprovação sob CAAE: 21705819.7.0000.5473 e Número do Parecer: 3.925.424

Finalizamos o ano de 2020 com um pouco de esperança para a retomada das aulas presenciais no início de 2021, porém, devido a mais uma onda de COVID-19 e cuidados redobrados, optamos por uma reestruturação na pesquisa, alterando o público-alvo para apenas professores da disciplina de Matemática, mas agora de toda uma diretoria municipal regional de educação, não mais apenas de uma escola. A pesquisa passou mais uma vez pelo Comitê de Ética em Pesquisa do IFSP, sendo mais uma vez aprovada⁴ em setembro de 2021.

O resultado das primeiras entrevistas nos permitiu dar um novo rumo à pesquisa, agora com um olhar voltado para a formação do professor e, a partir das leituras e respostas às entrevistas e ao formulário, que, de certa forma, indicaram semelhanças, houve uma necessidade de verificar a potencialidade dos enunciados, dado que naquele momento não era possível uma aplicação da sequência didática com os alunos. As entrevistas e os questionários foram analisados considerando que sua leitura não é neutra, sendo:

Uma interpretação pessoal por parte do pesquisador com relação à percepção que tem dos dados. [...] O contexto dentro do qual se analisam os dados deve ser explicitado em qualquer análise de conteúdo. Embora os dados estejam expressos diretamente no texto, o contexto precisa ser reconstruído pelo pesquisador. (MORAES, 1999, p.9)

Assim, buscamos novos referenciais teóricos e nos deparamos com a proposta de Ball sobre os conhecimentos pedagógicos de Shulman (1986), que nos levou aos domínios do conhecimento matemático para o ensino (Ball, 2008) e, em seguida, à sua articulação, conforme Silva e Santos (2014). A partir de tais referenciais e apresentação no II Seminário Internacional de Matemática, ampliamos o objetivo principal da pesquisa.

4.2. LEVANTAMENTO EXPLORATÓRIO BIBLIOGRÁFICO

A pesquisa teve seu início com uma revisão bibliográfica, de caráter exploratório, com objetivo de verificar como vinha sendo tratada a resolução de problemas não rotineiros, abertos, do tipo com falta ou excesso de dados e se havia estudos relacionando a utilização de tais problemas com a promoção da criatividade.

As buscas, como citado anteriormente, foram feitas nas plataformas Scielo, Eric, Google Acadêmico, Periódicos Capes e Science Direct, em meados de 2019, e os descritores utilizados foram:

“Resolução de problemas”;

“Resolução de problemas” e “Falta de dados”;

⁴ Parecer de Aprovação sob CAAE: 46632221.5.0000.5473 e Número do Parecer: 4.974.887

“Resolução de problemas” e “Falta de dados” e “Criatividade”.

Houve, em algumas plataformas, a necessidade da busca ser feita em inglês, então os termos utilizados foram “Problem solving”, “Problem solving” and “Deficient data” e “Problem solving” and “Deficient data” and “Creativity”. Antes da definição desses descritores, alguns outros foram testados e combinados entre si como “problemas incomuns”, “problemas abertos”, “solução de problemas”, “problemas e criatividade”, “problemas matemáticos”, “Pozo”, “Polya”, “less data”, “uncommon”, “unusual” entre outros, porém os resultados foram menos significativos.

Ao utilizar os três descritores escolhidos ao mesmo tempo, em algumas plataformas, nenhum resultado era obtido, portanto a metodologia adotada foi a de realizar buscas com combinações de dois destes. A plataforma Google Acadêmico foi uma exceção, lá muitos resultados foram apresentados com todas as formas de pesquisa, assim a seleção dos artigos foi feita filtrando dentre os resultados os que eram da área de Matemática e os que tinham relação com o tema, a partir da leitura dos títulos e resumos.

Após leitura de títulos e resumos dos artigos encontrados nas cinco plataformas, apenas cinco artigos foram selecionados. O primeiro, de Alvarenga (2014), apresenta que os problemas com falta de dados “convidam ao raciocínio, motivam e causam encantamento” aos alunos. Já no artigo de Herández-Morales, Castañeda e González-Polo (2019) é levantado que os estudantes dedicam mais tempo aos problemas não convencionais, que devem tomar decisões durante todo o processo de solução do problema e, por isso, exploram diferentes caminhos para solucioná-los, o que permite o desenvolvimento de habilidades.

Outro artigo encontrado é de Pinheiro e Vale (2013), que fazem um levantamento de diversos autores em relação ao desenvolvimento de criatividade a partir da resolução de problemas, dentre eles escrevem que Silver (1997) escreve que a ligação entre matemática e criatividade não está apenas na problematização, mas, dentre outros, na resolução de problemas e ainda sugere que é possível promover a criatividade na matemática. Para Moreira e Magina (2013) a matemática oferece diversas situações em que há o desenvolvimento da criatividade. E, por fim, Galvão e Nacarato (2010) abordam em sua pesquisa a aparição de problemas com falta de dados em livros didáticos do ensino fundamental anos iniciais e percebem que esses, apesar de aparecerem em algumas coleções, representam menos de 10%.

Foi possível, por meio dessas leituras, perceber que o contato com algo diferente, desconhecido, que encanta, motiva e estimula a busca de respostas é entendido como um meio de promoção da criatividade. Também, em alguns referenciais, foi pontuado o fato de que o contato com problemas com falta de dados estimula o raciocínio lógico, o que deixa de lado a ideia do aluno que resolve de forma mecanizada. Outro ponto é que, a exploração de diversos caminhos para solucionar problemas com falta de dados possibilita, também, um caminho diferente ao da mecanização e reprodução, o que pode promover a criatividade.

Além disso, é percebido nas leituras, que existe uma forte relação entre resolução de problemas e criatividade. Porém em nenhum artigo foram encontradas experiências com problemas com falta de dados em que estes fossem utilizados como meio de promoção da criatividade.

Ao final desta revisão, percebeu-se que os artigos escolhidos eram todos de menos de dez anos, nos mostrando ser mais recente a defesa da promoção dessas competências habilidades. Além disso, a criatividade foi inibida durante muitos anos, com a ideia de que a Matemática, uma disciplina da área de exatas, não deveria ter exercícios sem solução ou com mais de uma solução. Porém, após a necessidade da promoção da criatividade, iniciaram-se as mudanças também neste campo e assim tem surgido cada vez mais estudos sobre essas temáticas.

Fonseca e Gontijo (2020) fizeram também uma busca geral, em plataformas de pesquisas acadêmicas, por pesquisas sobre “pensamento crítico e criativo” e perceberam que as 12 produções diferentes encontradas tratavam-se de “investigações na área de comunicação, teatro e pedagogia, ou seja, não tendo por foco a aplicação do pensamento crítico e criativo no campo específico da matemática” (p. 968), assim optaram por nova busca combinando o descritor anterior com “matemática”, o que os levou a quatro produções, cujos resumos não apresentavam a ideia de um conceito formal. Os autores destacam também que não encontraram resultados ao buscar por “pensamento crítico e criativo em matemática”, reforçando também nossa consideração.

Não foram encontrados resultados a partir do termo “pensamento crítico e criativo em matemática” em ambas as bases de dados. Isso reforça o quanto esse objeto ainda não se encontra na mira dos pesquisadores da comunidade de educação matemática brasileira. O fato do termo ser comumente encontrado em diferentes políticas públicas e documentos oficiais pode gerar uma compreensão falaciosa de que o conceito já está bem definido, quando na verdade parece estarmos diante de uma verdadeira ilusão de ótica que pode não atrair pesquisadores para a investigação do tema. Há o risco, portanto, de muito se falar de pensamento crítico e criativo nos currículos de matemática

dos diferentes níveis escolares sem, no entanto, haver clareza do que isso significa. (FONSECA, GONTIJO, 2020, p. 970).

Sendo assim, após o levantamento bibliográfico, decidimos coletar dados nas escolas, verificar se os materiais disponíveis possuíam exemplos de problemas não rotineiros, abertos, dos tipos com falta ou excesso de dados.

Essa busca ocorreu do final de 2019 até o final de 2020, dentro de uma escola municipal da cidade de São Paulo, observando os materiais disponíveis na época, que eram os livros didáticos⁵, caderno da cidade de São Paulo e, em 2020, um material chamado Trilhas de Aprendizagem, desenvolvido para o período de ensino remoto.

Ao analisarmos os livros do 6º ao 9º ano não encontramos nenhum exemplo de problema não rotineiro, aberto, com falta de dados. É possível encontrar alguns exercícios com excesso de dados, porém são exercícios rotineiros, onde o aluno consegue solucioná-lo apenas aplicando alguma operação matemática já conhecida e bastante praticada dentro do conteúdo em pauta.

Outro material utilizado nesta unidade escolar é o caderno da cidade - Saberes e Aprendizagens, que é um caderno de atividades para o aluno, disponível em todas as escolas da rede pública municipal. A versão analisada deste material é a edição de 2018. Neste, também não foi encontrado algum problema não rotineiro, aberto, seja com falta, seja com excesso de dados.

Por fim, em 2020, foi desenvolvido um material para ser trabalhado de maneira remota com os alunos. Neste material, apesar de não encontrarmos os problemas procurados nos materiais disponíveis para alunos do 6º ao 9º ano, encontramos alguns enunciados no material do 5º ano.

Figura 5 – Problema aberto com falta de dados

- a) Um caminhão pequeno com dois eixos pode transportar 640 litros de óleo de cada vez. Ele pesa, vazio, 14 toneladas. O caminhão transportará 4 vasilhames: um com 250 litros, outro com 330 litros, outro com 250 litros e outro com 28 litros. Quantas viagens ele terá de fazer, no mínimo? Quais são os vasilhames que podem ser levados em cada uma dessas viagens?
- b) Uma jarra cheia de água enche 4 copos. Duas jarras e meia enchem quantos copos?
- c) Na distribuidora de Lucas já havia 1 233 pacotes de farinha, quando chegaram outros 468. Muitas latas de refrigerantes foram vendidas naquele dia. Quantas ficaram no depósito?

⁵ O livro didático disponível e utilizado pelos professores, até 2019, nesta escola era o “Praticando Matemática”, edição renovada, de Álvaro Andrini e a Maria José Vasconcellos, publicado pela Editora do Brasil, no ano de 2015. O livro é distribuído para a escola pelo Programa Nacional de Livros Didáticos (PNLD) e foi substituído no ano de 2020.

Fonte: Trilhas de Aprendizagem 5º ano - 2020 - SME-SP

Figura 6 – Problemas abertos com falta de dados

- a) Todos os 28 alunos de uma escola de natação foram organizados em 4 equipes para participarem de uma competição. Qual é a idade da monitora de natação desses alunos?
- b) Helena e Marina possuem juntas 17 figurinhas de jogadores de futebol. Quantas figurinhas possui cada uma?
- c) A coleção de João é formada por 5 bonés de times de basquete. Carlos possui, em sua coleção, 4 bonés de times de basquete a mais do que João. A coleção de André possui mais bonés de times de basquete do que as coleções de João e Carlos juntas. A coleção de André é formada por quantos bonés de times de basquete?

Fonte: Trilhas de Aprendizagem 5º ano - 2020 - SME-SP

Essa leitura dos materiais didáticos, antes mesmo do contato com a última professora, nos levou à necessidade de entender se essa era a realidade de mais professores, ou seja, entender se eles já haviam tido contato e utilizado problemas dessa natureza. Por isso foram propostas entrevistas com professores da rede de ensino municipal, mais especificamente de uma diretoria regional.

4.3. PRIMEIRAS ENTREVISTAS

As primeiras entrevistas foram feitas, antes da reestruturação desta pesquisa, com três professoras de Matemática, docentes no Ensino Fundamental, anos finais, de uma mesma escola municipal da cidade de São Paulo, e responsáveis pelas aulas da disciplina de Matemática, em sala de aula regular.

Individualmente, a cada uma delas foram feitas, por meio de um roteiro semiestruturado (Apêndice D), dividido em quatro blocos com perguntas a fim de conhecê-las melhor, conhecer suas formações, sejam iniciais ou continuadas, e compreender um pouco de suas práticas. As entrevistas foram feitas na própria escola, fora do horário de aula das entrevistadas e estavam presentes no local somente a professora e a entrevistadora.

O objetivo do primeiro bloco foi conhecer a trajetória acadêmica desta professora, saber qual ou quais são as formações que cada uma possui e assim compreender o posicionamento de cada uma em relação a necessidade de atualizações, se estão dispostas a novos conhecimentos, cursos e mudanças, além de ter ferramentas para analisar posicionamentos ao longo da entrevista.

A partir deste primeiro bloco, notamos que a primeira professora, que será citada aqui como Professora A, leciona desde 2001, possui formação em licenciatura em Matemática e diz que não realizou uma pós-graduação, apenas pequenos cursos pontuais quando sentia necessidade, como história da Matemática ou jogos. Contou também que estava desanimada com a educação e, por isso, não teve interesse em investir em pós-graduações, completando ainda que sentiu vontade de mudar de área iniciando uma segunda graduação em Engenharia Mecânica. A Professora A trabalhou durante alguns anos na área administrativa e ao longo do período de 2001 a 2019 chegou a deixar a docência por um tempo e voltar à essa área. Sobre atualizações e formações, conta que há bastante tempo não participa de alguma, e lembra que a última foi há aproximadamente 4 anos.

A segunda professora, citada aqui como Professora B, leciona há 20 anos, sempre na rede pública de ensino, e possui formação em Bacharel em Matemática, um curso que lhe habilita para lecionar as disciplinas de Matemática, Ciências, Biologia, Física e Química, experiência que já vivenciou. Também possui licenciatura em Pedagogia, pós-graduação em Educação Inclusiva e Psicopedagogia. A Professora B conta que fez uma pausa de 4 anos sem lecionar, quando exonerou seu cargo no Estado de São Paulo, mas que nunca deixou de dar aulas particulares em casa. Além disso, ela sempre tenta estar atualizada participando de diversas formações e conta que recentemente participou de quatro formações diferentes, sendo que uma delas era sobre alfabetização e letramento, por sentir essa necessidade e desafio na sala de aula.

Por fim, a terceira professora, que será citada aqui como Professora C, leciona há 13 anos e é licenciada em Matemática. Ela conta que leciona na educação pública há quase 3 anos, mas que antes disso dava aulas particulares. A Professora C não realizou nenhum curso ou pós-graduação após a graduação, mas conta que acredita que uma formação a auxiliaria em suas aulas.

Neste primeiro bloco da entrevista, sintetizado no Quadro 1, é possível destacar algumas informações importantes como o fato de uma delas ter uma formação que a permite lecionar também a disciplina de Ciências e isso, segundo ela, a auxilia bastante, principalmente em exemplos e contextualizações e, apesar de apenas uma delas citar que possui uma graduação que a habilita para lecionar outras disciplinas, duas delas já lecionaram outras disciplinas além da Matemática.

Entrevistada	Formação inicial	Outros títulos	Tempo de docência	Último curso ou formação
Professora A	Licenciatura em Matemática	Não possui	Mais de 18 anos	Há mais de 4 anos.
Professora B	Bacharel em Matemática com habilitação em Ciências, Física, Química e Biologia	Licenciatura em Pedagogia, pós-graduação em Educação Inclusiva e Psicopedagogia	Mais de 20 anos	Há menos de 1 mês.
Professora C	Licenciatura em Matemática	Não possui	Mais de 13 anos	Nunca fez cursos após a graduação.

Quadro 1 - Identificação das entrevistadas

O segundo bloco de perguntas abordou o assunto principal de nossa pesquisa que são os problemas não rotineiros, porém, para iniciar a conversa sobre eles, foi primeiro perguntado como cada uma delas organizam suas aulas, se dão exercícios ou problemas, por exemplo, e foram solicitados exemplos, com a intenção de identificar o que elas entendiam como sendo um exercício e o que elas entendiam como sendo um problema. Em seguida foi perguntado sobre os problemas abertos e, no caso de serem desconhecidos, foram apresentados alguns exemplos junto a sua definição. Após apresentação e definição, as entrevistadas foram questionadas se utilizam esse tipo de problema em suas aulas.

O objetivo deste segundo bloco foi compreender como as professoras entendiam problema, se diferenciavam ou não problemas de exercícios, se deixavam isso claro em suas aulas, se conheciam os problemas não rotineiros, se utilizavam-se de ambos em suas aulas, como o faziam, porque o faziam ou deixavam de fazer. Além disso, o bloco tinha por intenção também verificar como as professoras estruturam suas aulas e de que forma trabalham os conteúdos com os alunos, tentando identificar aqui o que elas entendiam por problemas, se aplicavam e ainda se utilizavam problemas não rotineiros como os com falta ou excesso de dados. Não foram feitas perguntas específicas de como ou quais materiais elas utilizam para planejar suas aulas, porém, pelas respostas recebidas percebemos que todas utilizam os materiais disponíveis na escola, que são os livros didáticos e caderno do aluno, e também fazem busca de materiais específicos na internet.

Em relação à estrutura de sua aula, a primeira professora (Professora A) conta que gosta de separar em “pequenos tópicos” os conteúdos para explicar a teoria, mas ressalta que prefere não escrever muito, pois acredita “não funcionar” com os alunos, depois diz que sempre utiliza exemplos e utiliza até a expressão “numericamente falando” o que sugere que ser exemplos que utilizem números e operações matemáticas. A partir daí a professora diz que então propõe exercícios para verificar se eles “compreenderam a ideia”.

A segunda professora (Professora B) conta que tem o hábito de fazer planejamentos anual e semanal, e que, como a escola é “muito dinâmica”, nem sempre consegue contemplar no prazo estimado, mas ainda assim os faz por conseguir sempre adequá-los fazendo um pouco mais uma semana e um pouco menos na outra, então acha importante “tirar um tempinho” para planejar suas aulas semanalmente. Além disso, conta que suas aulas não seguem uma “logística”, mas em seguida explica como a estrutura dizendo que gosta de observar primeiro onde parou, fazer o que chama de “parte burocrática” (chamada, conversa com os alunos e espera estes se organizarem) e depois inicia a aula com a apresentação de um assunto de forma mais sintetizada ou apenas “um pouquinho”, o que nos intriga a tentar entender o que seria esse pouquinho e como seleciona esse, que já havia sido citado também pela Professora A, mas, ao longo de sua fala, entendemos ser um tópico ou um objetivo daquele conteúdo. Também muito parecida com a Professora A, diz preferir não “passar muita coisa”, prefere “uma coisa mais sintetizada, do que passar muita coisa” e completa dizendo ser melhor do que ir muito além do que o aluno já sabe, então, conta que gosta de “dar aquele pouquinho, passar poucos exercícios e corrigir naquele, naquele momento”, diz ainda que prefere dobradinha por isso, assim consegue explicar, dar exercícios e corrigir no mesmo dia.

A Professora C conta que se planeja para aulas, ou que pelo menos tenta, mas que quem faz a aula são os alunos e diz que “eles acabam tendo perguntas ou comentários, ou acaba direcionando por um outro caminho” complementando com um exemplo sobre geometria onde conta que se “está comentando sobre o Euclides no livro, eles vão querer falar do Euclides, aí eu descubro que ele precisava saber melhor sobre o Euclides para falar com eles” e finaliza dizendo que os alunos são bastante interessados e gostam de conversar, o que, aparentemente, ela usa a seu favor trazendo um pouco do contexto histórico.

Ao serem questionadas se apresentam exercícios ou problemas para seus alunos, as três responderam que apresentam os dois, porém duas sugerem problemas como algo contextualizado e a outra diz que costuma também pedir aos alunos que criem um problema. Neste momento, a Professora C foi a única que completou a frase dizendo “acreditando que eu saiba o que você está falando”.

Ao ser solicitado uma explicação ou um exemplo sobre o que, para elas, era um exercício e o que era um problema, como já esperado, duas delas citaram como exercícios aqueles que não são contextualizados, que solicitam apenas para o aluno realizar uma operação matemática, que para elas “(...) o exercício ficaria só uma questão mecânica né? Sem, sem algo para eles relacionado com a vida, com o cotidiano” (Professora A) e “(...)e o problema é quando eles têm uma situação para eles poderem responder... eu gosto de história, historinha... eu gosto de ficar provocando eles com as histórias que eles mesmos contam... E aí eles têm interesse... é mercado, é o Bailão que eles vão, é a roupa, é o tênis, é não sei o quê... aí eu fico cutucando eles assim para mim...” (Professora C).

Já a Professora B trouxe uma resposta interessante no início:

Professora B: Eu acho que o problema não deixa de ser um exercício, né?! E o exercício também pode ser um problema, eu acho que não dá para diferenciar, mas os livros didáticos apresentam, por exemplo, os problemas, eles colocam exercícios de fixação, que eu acho necessário, acho que não deve ser descartado, né?! Eu acho interessante você pensar que o aluno ele precisa criar, mas ele também precisa na matemática treinar, né, também uma coisa não descarta outra.

Porém acaba chegando no mesmo ponto das outras professoras entrevistadas quando conclui:

Professora B: Acho que o problema é quando você contextualiza, por exemplo, você pega lá uma conta de luz e você pode contextualizar um gráfico de tabela com ele, né, um gráfico de coluna, tabela não, um gráfico de coluna, pode trabalhar tabela, você pode trabalhar regra de três, você pode trabalhar um monte de coisa... então isso aí é um problema, um problema contextualizado, né?!

As professoras não deixam claro que tipo de contextualização é essa, dado que é importante lembrarmos que:

O contexto tem várias facetas. São elas sociais, cognitivas, situações escolhidas e suas variáveis didáticas, as interações entre estudantes, as intervenções docentes que se referem ao contexto escolhido sem alterar o significado da situação e os conhecimentos prévios que poderão se constituir em obstáculos. (ALMOULOU, 2014)

Aproveitando a seção de problemas, também foram questionadas se conheciam e trabalhavam com problemas não rotineiros, como os problemas com falta ou excesso de dados e, surpreendentemente, a Professora B contou conhecer, respondeu ser problemas com várias soluções e contou que trabalha com ambos, porém muito pouco. Ao aprofundar mais a discussão percebeu-se que a mesma estava considerando como um problema com falta de dados aquele que pede uma resposta pessoal, ou seja, que possui uma resposta aberta, pois essa é pessoal, ela até utilizou como exemplo formulários socioeconômicos.

Professora B: Sinceramente eu pouco aplico, mais assim no caderno do aluno tem várias questões abertas, né que o aluno, é resposta pessoal, então eu indiretamente eu aplico aí... deixa eu ver uma questão aberta... ah uma, por exemplo, um exemplo, quando você faz uma pergunta que nem esses dias veio questionário, né, os alunos responderem antes do...É o Socioeconômico. E aí houve vários tumultos na sala, falando o que tinham o que não tinham... e aí no sexto ano eu propus um problema de cada um fazer assim os gastos e os ganhos da sua sala, da sua casa, né, eu falei isso é pessoal vocês não precisam compartilhar, né, mas sejam honestos, né, e muitos, a maioria não sabiam. Então esse era um problema aberto... um problema aberto que a maioria realmente não sabia, chegou em casa perguntou, o responsável não quis responder, eu acho que não, sei lá porque não quiseram responder, e então alguns responderam, outros não, outros não sabiam.

A professora C disse não conhecer e a professora A indagou se eram problemas que os alunos poderiam trazer a solução. A partir dessas respostas, todas foram apresentadas a alguns exemplos e ficaram surpresas com as possibilidades, afirmando nunca ter trabalhado com tais problemas, a não ser o caso de exercícios com excesso de dados, que exemplificou uma professora ao longo da entrevista.

Como síntese desse bloco, compreendemos que todas as entrevistadas dizem utilizar problemas e exercícios em suas práticas, porém, percebemos que há um entendimento do que é cada um diferente do que utilizamos aqui, já em relação aos problemas abertos as respostas foram bem diferentes, uma professora teve dúvida se conhecia ou não, uma respondeu que sabia o que era e outra disse que nunca havia ouvido falar sobre. Finalizando o bloco, em relação aos problemas não rotineiros, com falta ou com excesso de dados, apesar de não fazer parte do roteiro de entrevista, todas foram apresentadas a esses e apenas uma professora respondeu que os conhecia, apesar de, novamente, não ser o mesmo que utilizamos como definição aqui nesta pesquisa.

O terceiro bloco teve a intenção de refletir um pouco sobre as habilidades desenvolvidas na resolução de problemas, inicialmente pensando em todos os problemas propostos aos alunos em sala de aula e depois especificamente nos problemas abertos, com falta ou excesso de dados. Para isso, houve um bate papo sobre as percepções em relação às habilidades promovidas na sala de aula no geral, ou seja, o que nós, professores, observamos em nossos alunos de acordo com o que propomos a eles, discutir se é possível, por exemplo, promover determinadas habilidades em nossos alunos de acordo com o que fazemos em sala de aula, se isso acontece, se isso é planejado, se temos consciência disso e como lidamos com isso.

Após esse bate papo foi discutida com elas a definição de problemas utilizada por Pozo (1998) que trata como problema uma proposta na qual não temos mecanismos que nos levam à resposta se forma imediata, que é uma situação nova ou diferente para o aluno e, a partir disso, elas foram questionadas em relação às habilidades que a resolução de problemas pode desenvolver ou potencializar. As três entrevistadas concordam que a resolução de problemas rotineiros desenvolve ou potencializa diversas habilidades como raciocínio lógico, desenvolve o cognitivo, tomada de decisão, autonomia, leitura e interpretação.

Em relação aos problemas não rotineiros, a Professora A, antes de ser questionada sobre as habilidades que esses problemas poderiam promover, havia citado que talvez eles fossem mais facilmente encontrados em livros com exercícios para teste de QI ou de raciocínio lógico, o que interpretamos como uma forma dela dizer que tais problemas poderiam desenvolver isso. Além disso ela diz que “a gente acaba usando essa ideia né...de ampliar né... ampliar a mente...”.

Por sua vez, a Professora B conta que a resolução de problemas promove a “tomada de decisão, eu acho que autonomia, é uma coisa bacana também quando você lança um problema para eles discutirem em dupla, ou em grupo, né, alguns desafios... Confesso que nos últimos anos não tenho feito isso, mas acho muito importante, trazer desafios que eles possam encontrar uma solução ali. Eu acho que isso... isso eles vão levar para vida...”, mas quando questionada em relação aos problemas não rotineiros diz que “ Eu acho que a falta de dado causa a inquietude no aluno, né, em alguns alunos” e continua contando uma experiência:

Professora B: na revisão e na orientação do currículo da cidade e de matemática. E lá tinha um grupo de aproximadamente uns 55 professores de matemática da rede e nós detectamos assim, eu já havia visto né no livro do sexto ano, do sétimo, vários erros né, erro de falta de dados, erro de português, erro de coerência... então é claro que isso não é legal, um erro de coerência no Exercício, né, também o aluno não tem que ser... ficar adivinhando as coisas...

Esse comentário nos causa a impressão de que a professora B entende que a falta de dados é um erro, seja de impressão, digitação ou por ter feito o material às pressas, mas essa a considera como um erro. Mas, em seguida, ela completa sua resposta dizendo que “ Acho que depende tudo da intenção, se você deu um exercício com uma falta de dado com a intenção de provocar no aluno é válido, agora se você deu um exercício, porque você fez a prova mal feita que não é válido”.

Por fim, a Professora C responde que desenvolve a capacidade de análise.

Professora C: acho que assim a criança pode parar de ser imediatista, né, igual ‘comprou banana e comprou maçã’ e ela só soma, aquilo ali já ficou automático, tanto para o acerto quanto para o erro, porque poderia somar ou poderia subtrair, ou poderia pegar só um dos números ali e achar que estava respondido, fica meio automático, ela poderia parar. A capacidade de análise mesmo, de parar e analisar a situação, vai fazer ela desenvolver isso.

Já em relação à importância de tais habilidades uma das professoras utiliza um exemplo da sala de aula e complementa:

Professora C: (...) independente do que vocês forem, mesmo que vocês, sei lá, vai abrir um negócio próprio, vai ter um sócio, você vai saber fechar, ler um contrato, você vai saber o que você está assinando. São essas capacidades que eles desenvolvem. (...) o que eles estão fazendo ali, eles podem levar... eu fico pensando, que eles podem levar para as outras matérias e trazer das outras matérias para Matemática também. (...) mas eu acho que é isso, eles poderem raciocinar, eu tentei não podar isso, eu vim... eu sou muito bitolada com exercício, porque eu sempre dei aula para aluno de escola particular e eu sempre dei muita aula particular mesmo, e para o aluno de escola particular que eles estão preocupado com o vestibular, eles estão preocupados com os índices que eles vão ter de acerto e de aprovação no... seja Enem e seja vestibular, então era bem mecânico mesmo (...) Esse pensamento crítico, se eles conseguirem, analisarem as coisas, acho que são essas habilidades, analisar... Analisar, raciocinar, interpretar.

A professora B coloca também que, na sua percepção, os alunos são imaturos e não conseguiriam acompanhar uma discussão que os estimulasse a ser críticos, usando como exemplo uma vivência que teve.

Professora B: ele (o problema) fala assim, que hoje nós temos só 7% da Mata Atlântica. E aí eu, eu provoquei, né, a discussão com eles, né, "Quem que tinha levado a Mata Atlântica?", né, "Porque que isso tinha ocorrido?", então quando eles perceberam que nós estávamos em cima de onde era a Mata Atlântica, né, eles ficaram assim, né, então foi, foi bem bem produtivo. Então acho que esse é um problema, que ocorreu, né, há 500 anos atrás, começou a ocorrer, a devastação das nossas matas, mas também é recorrente agora. Então acho legal isso, mas eu acho que na idade dos nossos alunos aqui, são muito imaturos, é difícil essa provocação com eles. Quando você está no ensino médio, eu fui professora do Ensino Médio muito tempo, é mais fácil (...) a criança está chegando muito imatura no sexto ano. Eles têm mais criticidade a partir do oitavo, nono ano, né, ensino médio...eles têm mais criticidade... mas eu acho que o aluno mais pergunta é "Pra que que eu tô aprendendo isso?", então quando nós pegamos ali, né, e fizemos... aí no livro trazia da Mata Atlântica, eu fiz o desafio para eles trazerem da Amazônia, né, então aí eles começam entender o... é... situações que podem usar porcentagem, né, entender uma situação, envolvendo várias áreas, né, e que faz parte do dia a dia deles, que pode ser útil.

Entrevistada	Problemas abertos		Problemas não rotineiro (com falta ou excesso de dados)		Desenvolve quais habilidades?
	Conhece	Utiliza	Conhece	Utiliza	
Professora A	Não	Não	Não	Não	Raciocínio lógico e ampliação da mente
Professora B	Sim	Não	Sim	Não	Tomada de decisão, autonomia e inquietude
Professora C	Não	Não	Não	Não	Capacidade de análise

Quadro 2 - Síntese do bloco de problemas

No quarto, e último, bloco da pesquisa foi discutido o acesso a tais problemas e assim foi perguntado às professoras se essas tinham acesso a tais problemas de maneira simples, pensando nos materiais que têm acesso e utilizam para preparar suas aulas e ensinar os alunos. Além disso, aqui também foram questionadas se gostariam ou não de um material e uma formação sobre esses problemas.

Este último bloco teve como intenção ouvir das professoras como era o acesso a esses problemas não rotineiros na escola, se os materiais disponíveis e obrigatórios para uso contemplavam tais problemas, se elas viam necessidade de abordar tais problemas após a entrevista e se com essa necessidade surgia também a necessidade de uma formação para isso.

Chegando ao quarto e último bloco da entrevista, ao perguntar sobre o acesso a tais problemas nos materiais utilizados uma das professoras foi bem direta dizendo não ser fácil encontrar, outra já disse que já encontrou apenas exercícios com excesso de dados, mas não fala sobre problemas e a outra, novamente utilizando como exemplo problemas pessoais como sendo problemas com falta de dados, diz encontrá-los apenas no Caderno de apoio, mas não no livro didático. Essas respostas parecem um pouco contraditórias ao observar o quadro 2, o que entendemos como uma dúvida delas em relação a esses problemas.

Finalizando a entrevista as professoras foram questionadas se buscariam tais problemas a partir de nossa conversa, se fariam alguma formação em relação a esse tema e se utilizariam um material próprio sobre ele e as respostas foram unânimes, todas disseram que sim, uma delas disse já buscar e complementa dizendo que é possível criá-los também e outra acredita que tal busca não seria tão fácil, em relação à formação, as três afirmaram que utilizariam e buscariam formação sobre.

Após a finalização dos 4 blocos, ainda houve um bate papo com as entrevistadas sobre a mecanização dos alunos e um agradecimento pela colaboração com a pesquisa participando da entrevista, o que agregou positivamente à pesquisa.

Com a análise dessas entrevistas percebemos que as professoras só sentiram falta de uma formação ou materiais sobre problemas não rotineiros, porque foram apresentadas a eles, caso continuassem sem ter contato com os mesmos, continuariam sem reivindicar formações e sem buscar problemas deste tipo. Outro ponto importante é que em uma breve leitura dos livros didáticos e cadernos da cidade, utilizados por elas para planejamento e em sala de aula, na época das entrevistas, não foram encontrados problemas não rotineiros e nem sugestão de pesquisa dos mesmos.

4.4. PROFESSORES DA REDE PÚBLICA MUNICIPAL E OS PROBLEMAS NÃO ROTINEIROS

A partir das primeiras entrevistas pode-se compreender o desconhecimento e a não utilização dos problemas não rotineiros, do tipo com falta ou excesso de dados, mas também, percebemos que as entrevistadas enxergam a relação desses com a promoção de criatividade e criticidade. O formulário a seguir foi proposto para ampliar essa compreensão em relação a outras escolas da rede municipal, não levando em consideração um levantamento numérico, quantitativo, mas sim analisando a perspectiva dos professores participantes, ou seja, visam compreender se essa perspectiva de fato se confirma ou que tipo de interlocução seria possível.

O roteiro elaborado para esse formulário tinha como objetivo compreender, da perspectiva de cada professor participante, em uma amostra maior, a questão de como promover criatividade e criticidade nas aulas de Matemática, sugerindo e apresentando para isso os problemas não rotineiros com falta ou excesso de dados. A partir desse contato com tais problemas, também tínhamos como interesse compreender se encaram tais problemas como uma alternativa à mecanização.

A amostra desta pesquisa foi constituída por um grupo de professores da disciplina de Matemática que atuam em escolas da prefeitura da cidade de São Paulo e estavam lotados na Diretoria Regional de Educação Jaçanã/Tremembé (DRE-JT). Dentro desse grupo estavam também professores do primeiro ao quinto ano do ensino fundamental, por serem responsáveis pela disciplina em sala de aula. A coleta de dados foi feita de maneira virtual, ou seja, os professores tiveram acesso a um formulário online, utilizando a plataforma Google Forms, cujo link foi enviado via e-mail institucional.

O formulário (Apêndice E) é composto de perguntas, divididas em cinco blocos, em relação à formação do professor, definição e utilização de problemas, problemas não rotineiros e a identificação da promoção de criatividade e a criticidade com a resolução desses problemas.

Ao todo, apesar da pesquisa ser bastante divulgada em redes sociais, grupos de professores e até e-mails individuais para os mesmos e seus coordenadores, tivemos apenas 12 (doze) respostas ao formulário, o que, inicialmente, pode nos mostrar um possível distanciamento entre a sala de aula e a pesquisa acadêmica, ou uma sobrecarga advinda da pandemia e cobranças de resultados.

No primeiro bloco de questões, assim como nas primeiras entrevistas, o foco foi a identificação e formação dos professores, sintetizada no Quadro 3, isso porque há a intenção aqui de acompanhar as atualizações que os professores buscam, quando buscam, se buscam e também quais formações esses possuem e o quanto elas os auxilia em sala de aula.

	PROFESSORES	TOTAL
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA	P1, P2, P8, P9, P10, P11, P12	07
BACHAREL EM MATEMÁTICA	P10	01
LICENCIATURA EM PEDAGOGIA	P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10	08
OUTRAS GRADUAÇÕES	P1, P4, P9, P10, P12	05
PÓS-GRADUAÇÃO	P1, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P12	11
TEMPO DE DOCÊNCIA DE 5 A 10 ANOS	P3, P7, P12	03
TEMPO DE DOCÊNCIA DE 11 A 20 ANOS	P2, P4, P6, P11	04
TEMPO DE DOCÊNCIA MAIOR QUE 20 ANOS	P1, P5, P8, P10	04
ÚLTIMA FORMAÇÃO NO INTERVALO DE 2020 A 2021	P1, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P12	11

Quadro 3 - Identificação dos participantes

Neste primeiro bloco há um destaque importantíssimo, porque quase todos os participantes possuem pelo menos uma pós-graduação e a maioria participou de uma formação recente, entre os anos de 2020 e 2021, o que nos mostra que além de buscarem o conhecimento, se mantêm também atualizados e, ao serem questionados sobre a utilização dessas atualizações e formações, todos concordam que sim, que essa colabora e/ou auxilia na sala de aula.

Finalizando esse primeiro bloco, perguntamos qual era o interesse ao buscar uma formação, para conseguir entender se haveria interesse desses professores em questões de atualização da formação, e os elementos de interesse são diversos e equilibrados, passando por:

- Inclusão:

P1: Didática de inclusão

P3: Algo ligado a desenvolvimento integral

- Melhorias na didática e sala de aula:

P2: Aplicação prática na realidade concreta.

P5: Como fazer meus alunos aprenderem

P8: Aulas práticas.

- Ampliação do conhecimento Matemático:

P4: Conhecimentos de história

P12: Elementos que me possibilitassem ampliar os conhecimentos matemáticos

- Tecnologia e educação:

P6: Elementos atuais, dinâmico. Nosso aluno é dinâmico e utiliza-se em seu dia-a-dia de muita tecnologia

P7: Buscaria um ensino maker, onde a teoria e a prática fossem atreladas

P9: Metodologias inovadoras de ensino da matemática.

P10: Sobre novas metodologias ativas no ensino remoto.

P11: Tecnologia e informática

Algo interessante para destacarmos aqui é que alguns não reivindicam essa formação no contexto do ensino remoto, nenhum professor ou professora reivindica formação com relação à promoção do pensamento crítico e criativo, ou à resolução de problemas nesse primeiro momento e todos possuem interesse em alguma formação.

O segundo bloco de questões abordava sobre problemas, iniciando com a forma com que os participantes propunham sua aula, para conseguir entender se há ou não a proposta de problemas ou o foco é na exercitação apenas. Em resposta a essa primeira pergunta temos uma variedade grande de propostas, mas pôde-se perceber que há sempre a proposta de exercícios e é citada, em alguns poucos casos, a proposição de problemas. Fala-se também sobre exemplificação, situações problemas, contextualizações, jogos e laboratório de Matemática, sempre com a ideia de tornar mais próximo da realidade o conteúdo que está sendo trabalhado.

- Aula com explicação teórica e exercitação

P1: Contextualiza em situações concretas como introdução, conceitos, vídeos, exemplos, exercícios, jogos.

P6: Explico, faço uma fundamentação teórica e excitação. Exemplo: medidas de tempo. Faço uma explicação histórica (como era no passado e comparo com os dias atuais. Mostro imagens dos recursos de medidas de tempo antigas e atuais. Exercito com situações cotidianas (hora que acorda, marcar no relógio de ponteiro e digital). Procurando associar com situações do dia-a-dia

P7: Teoria e exercitação

P8: Contexto, conceito, exercitação.

P11: Teoria e prática após conceituação

P12: Começo com o conteúdo teórico, exemplifico, comento a história envolvida naquele conceito e, em seguida, exercitação. Eventualmente, faço links ao final da exercitação com algum outro tema da matemática ou de outra disciplina

- Aula com problematização antes da explicação teórica e exercícios

P2: Análise e investigação de uma situação-problema; explicação teórica, exercitação.

P4: Tento aliar a teoria com a vivência

P5: Gosto muito de trabalhar com a prática antes de sistematizar

P9: Gosto da metodologia de resolução de problemas, proponho um problema e deixo os estudantes propor maneiras de resolver, e depois introduzo o tema a ser estudado. Resumo a teoria e foco na prática de exercícios.

- Aula com jogos

P1: Contextualiza em situações concretas como introdução, conceitos, vídeos, exemplos, exercícios, jogos.

P3: Uso muitos jogos, exercícios, explicação pouca teoria gosto de materiais concretos

- Aula contextualizada utilizando a contextualização histórica

P10: Sempre inicio um novo conteúdo com algum conteúdo histórico relacionado, sempre, acho muito importante. Explico por meio de exemplos e resolução de exercícios e problemas.

O professor P2 utiliza a palavra investigação para caracterizar parte de sua aula, o que mostra uma abordagem talvez um pouco diferente com as situações problemas e P5 utiliza a palavra sistematizar, o que pode nos levar à ideia de uma generalização, mas também à ideia de rotina e mecanização. Talvez de forma inconsciente eles lutem contra a mecanização do processo, mas não percebem a questão por si, supondo que a contextualização poderia ajudar, como percebemos nas respostas do P1, P3, P6 e P10.

Em relação aos materiais utilizados em aula pelos participantes, pergunta que tinha como objetivo definir os materiais mais utilizados e também saber se os professores buscam materiais diferentes, todos responderam que utilizam os materiais disponíveis pela unidade escolar e prefeitura, como livros didáticos, paradidáticos, caderno da cidade e outros, mas o que chama atenção é que a maioria procura materiais diferentes para utilizar, como sites, vídeos, jogos e até itens de nosso cotidiano como cupons fiscais. Essa busca por outros materiais parece ser reflexo de uma percepção de que os materiais disponíveis não dão conta do que eles demandam, com maior ênfase, o contexto, algo mais concreto.

É perguntado também aos participantes, neste segundo blocos, se eles propõem problemas e exercícios aos seus alunos, com a intenção de identificar se eles diferenciam os dois, e o que chama atenção é que além das respostas “sim”, surgem também duas outras respostas. Uma em que o participante aplica somente problemas e outra onde duas participantes dizem aplicar situações problemas, levando-nos a pensar que essas percebem alguma diferença entre problemas e situações problemas.

P5: Trabalho com situações problemas

P7: Proponho Situações-problema que levem os alunos a reflexão e a busca da solução

P10: Problemas sempre, exercícios apenas para demonstrar a aplicação de uma fórmula ou um processo de resolução.

Outro ponto importante a ser destacado é que ao solicitar um exemplo de exercício e um exemplo de problema é possível perceber que a maioria dos participantes, assim como as professoras das primeiras entrevistas, entende como problema um exercício contextualizado, ou seja, sem a característica da busca por ferramentas para conseguir solucionar, mas sim um exercício contextualizado no qual basta a aplicação ou utilização de ferramentas já conhecidas e uma resolução imediata.

P1: Soma das idades de André e Marcos é 22 anos. André é 4 anos mais novo que Marcos. Qual é a idade de cada um deles?

Exercícios: uma quadra de formato quadrado tem perímetro de 100 metros. Qual a área dessa quadra?

P2: Problema: Bárbara tem algumas balas. Ela deu $\frac{1}{3}$ do total de balas que tinha para o Luan, $\frac{2}{5}$ das que sobraram para o Vitor e o restante para o Gustavo. Qual a porcentagem do total de balas Gustavo recebeu?

Exercício: 35% de 140?

P6: Problemas: Quando propõe uma situação, envolvendo a temática.

Exercícios matemáticos: " As continhas", somente para treino da forma de resolução

Após terem contato com a definição de problemas de Pozo (1998), os professores e professoras participantes foram questionados sobre como diferenciar então exercícios de problemas e as respostas mostram uma mudança em relação à interpretação de problema respondida anteriormente. Isso porque aqui já surgem expressões para definir problemas.

P1: De acordo com o texto, não é possível se uma tarefa é um exercício ou um problema, isso depende não somente da experiência e dos conhecimentos prévios.

P2: O exercício é cálculo e também torna-se exercício o problema cujo raciocínio para solucioná-lo já é conhecido. O problema é a situação inédita que se resolve criando estratégias utilizando o conhecimento já adquirido.

P3: Exercícios geralmente são resolvidos de forma única e problemas os alunos pode resolver como consegue utilizando diferentes estratégias

P4: Algo que não é mecânico, que requer estratégias.

P5: Problema é uma situação onde o aluno precisa solucionar e exercícios são treinos

P6: Problemas são situações novas, exigem entendimento e uso de estratégias para encontrar um caminho para resolver. Exercícios é a execução de situações já conhecidas

P7: Exercícios servem só para fixação dos conteúdos. Entretanto problemas são situações onde os alunos precisam refletir, interpretar, para que possam chegar a uma solução

P8: O problema por apresentar algo novo, precisa de um raciocínio mais amplo. Já os exercícios em sua maioria, são para fixar os conteúdos. Porém, tudo depende da intencionalidade do que está sendo proposto.

P9: Problemas são situações novas que possibilita diversas resoluções diferentes. Exercícios são situações conhecidas e servem apenas treinar conhecimentos previamente aprendidos.

P10: Exercício: execução imediata.

Problema: leva o aluno à reflexão para chegar a solução.

P11: Exercícios seriam treinos mecanizadas de conteúdo. Problemas envolvem raciocínio e interação de dados.

P12: Problema é alguma situação nova e exercício alguma situação já vista alguma vez

É importante destacar que alguns professores, como P1, por exemplo, percebem que determinar que um enunciado é um problema depende das experiências e conhecimentos prévios dos alunos, P2, por exemplo, destaca que para resolvê-los é preciso criar estratégias e por fim P12 pontua algo importante que é o fato de que um problema pode se tornar exercício a partir do momento que se torna algo semelhante ao que já foi visto.

Após a apresentação da definição de problemas por Pozo (1998) e interpretação e definição por cada professor participante, eles foram questionados se utilizam algoritmos ou procedimentos para resolver problemas e se conhecem os passos de resolução de Polya (1995), por exemplo, utilizados como uma estratégia de resolução de problemas em nossa proposta de sequência didática, produto educacional desta pesquisa. O conhecimento ou não da estratégia de Polya (1995) nos direcionaria melhor para o desenvolvimento dessa sequência didática.

	PROFESSORES	TOTAL
UTILIZAM ALGORITMOS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P10, P11	10
CONHECEM/UTILIZAM OS PASSOS DE POLYA (1995)	P5, P8, P9, P10	4

Quadro 4 - Algoritmos para resolução de problemas

Observando o quadro 4, é possível perceber que o professor P9 conhece os passos de Polya (1995) e não os utiliza na resolução de problemas, mas também não apresentou uma estratégia de enfrentamento do problema, assim como os demais que afirmaram utilizar um algoritmo.

Após os professores que não conheciam os passos de Polya (1995) serem apresentados a esses, foi perguntado a todos os participantes se acreditavam que esses passos poderiam auxiliar na sala de aula e também se acreditavam ser possível utilizá-los em sala de aula e, para ambas as perguntas, a resposta “sim” foi unânime, o que nos tranquilizou em propor tal estratégia na sequência didática.

Ainda no segundo bloco iniciamos as perguntas sobre os problemas abertos, não rotineiros, com falta ou excesso de dados. Aqui as respostas foram bastante interessantes e diversificadas, principalmente pelo fato de termos perguntado sobre a proposição de problemas abertos antes e depois de apresentar tais problemas. Os problemas apresentados foram os do material da prefeitura “Trilhas de Aprendizagem” do ano de 2020.

PROFESSORES QUE:	PROFESSORES	TOTAL
CONHECEM OS PROBLEMAS ABERTOS	P2, P5, P8, P9, P12	5
ANTES DA APRESENTAÇÃO DO MATERIAL		
PROPORIAM PROBLEMAS ABERTOS	P1, P2, P5, P6, P9	5

DEPOIS DA APRESENTAÇÃO DO MATERIAL		
ACHAM POSSÍVEL INCORPORAR À SALA DE AULA	P1, P2, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11	10

Quadro 5 - Problemas abertos não rotineiros

No quadro 5, percebemos que os professores P8 e P12, antes da apresentação do material, respondem que conhecem os problemas abertos, mas não propõem tais problemas. Porém, após a apresentação do material o professor P8, responde que acha possível incorporar tais problemas em sala de aula, deixando a dúvida se mesmo assim continua com o posicionamento de não propor, ou não.

A última pergunta desse bloco foi se esse tipo de problema promove ou não o ensino de Matemática e as respostas indicam que sim, apesar de algumas pontuações interessantes, como as destacadas.

P1: Sim, além da interpretação

P2: Sim.

P3: Raciocínio lógico.

P4: Sim

P5: Acredito que sim

P6: Sim, problemas que exigem leitura e interpretação dos dados

P7: Sim

P8: Sim

P9: Sim. Raciocínio lógico e criatividade.

P10: Sim, para perceber quando não há dados suficientes, no caso do primeiro, e nos outros dois casos dá para se formar um conjunto de possibilidades.

P11: Sim

P12: Nem todos

O terceiro bloco tratava das habilidades promovidas por esses problemas. A primeira pergunta deste bloco era se a resolução de problemas pode desenvolver habilidades nos alunos e a resposta foi unânime, todos os participantes responderam positivamente à pergunta, com uma ênfase maior na resposta do P4 que respondeu “Muitas”.

A segunda pergunta foi exatamente para tentar compreender quais eram então essas habilidades e, apesar de bastante diversificado, as habilidades que mais foram citadas foram raciocínio lógico, estratégia, interpretação, concentração, planejamento, leitura, criatividade e criticidade, seguidos de algumas outras apresentadas no Quadro 6.

Dentro desse bloco foi apresentado aos participantes um problema aberto, não rotineiro e com excesso de dados, cujo enunciado é:

Há dois fios pendurados no teto da sala a certa distância um do outro. Segurando um deles com a mão, não se consegue alcançar o outro com a outra mão. A sua tarefa é amarrar os dois fios. Você dispõe de um dicionário, um grampeador, um copo, uma rã viva e um alfinete. Como você juntaria os dois fios? (Brolezzi, 2013, p. 71-72)

Após a apresentação deste problema, os participantes foram questionados de como enxergavam sua solução, o objetivo aqui era aguçar o interesse dos professores em problemas não rotineiros, e uma resposta chamou a atenção, porque, diferente de todas as outras que tentaram solucionar o problema, demonstrou certa resistência e não expôs um motivo, uma reflexão, apenas uma indisposição.

P3: Não gosto

Já, quando são questionados se este tipo de problema pode desenvolver alguma habilidade, temos apenas uma resposta negativa, ou seja, quase todos os participantes acreditam que é possível desenvolver alguma habilidade ao apresentar tal problema aos alunos e, ao serem questionados sobre quais seriam essas habilidades temos uma variedade de respostas apresentadas também no Quadro 6.

HABILIDADE	PROBLEMAS ROTINEIROS	PROBLEMAS NÃO ROTINEIROS
RACIOCÍNIO LÓGICO	P1, P7, P9, P11	P9
ESTRATÉGIA/PLANEJAMENTO	P2, P5, P7, P9, P10, P11	P2, P5
LEITURA/INTERPRETAÇÃO	P3, P4, P6	P1, P6
CONCENTRAÇÃO / OBSERVAÇÃO / PERCEPÇÃO	P2, P5, P7	P5, P8, P10
CRIATIVIDADE	P7, P9, P12	P1, P3, P7, P9
CRITICIDADE/ANÁLISE	P6, P9, P10, P12	P8, P9, P12
AUTONOMIA / TOMADA DE DECISÃO / PROATIVIDADE	P4, P8	P2, P4, P10
SEGURANÇA	P8, P10	-
PROCEDIMENTOS MATEMÁTICOS / CONHECIMENTOS PRÉVIOS	P10, P11	P6
LEVANTAMENTO DE DADOS	P5	P5

COMUNICAÇÃO	P10	-
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	P4	-
AGILIDADE	P4	-
ASSOCIAÇÃO	P9	-
EMPATIA	P8	-
LIDERANÇA	-	P4
DESENVOLTURA	-	P4
PERSISTÊNCIA	-	P9
CONSTRUÇÃO COLETIVA	-	P9

Quadro 6 - Habilidades desenvolvidas na resolução de problemas

Observando o quadro algumas respostas nos deixam em dúvida, isso porque alguns professores apontam que algumas habilidades são desenvolvidas na resolução de problemas rotineiros, mas não são desenvolvidas nos problemas não rotineiros. Entendemos que as habilidades citadas num primeiro momento, como segurança e agilidade, podem não ser desenvolvidas em problemas não rotineiros, porém há habilidades que entendemos serem desenvolvidas na resolução de problemas, sendo eles rotineiros ou não, como leitura, interpretação, concentração, tomada de decisão e resolução de problemas.

Finalizando esse bloco perguntamos sobre a importância dessas habilidades, com a intenção de, além de saber a importância dessas para os participantes, avaliar se esses levantariam a necessidade de promoção delas por nós, professores, de acordo com os documentos orientadores.

Percebemos que, apesar de não citarem os documentos, os participantes falam em leitura do cotidiano, em confiança para resolver problemas, ajudar a pensar de diferentes maneiras, ou seja, conseguem enxergar e concordam positivamente, apresentando em suas falas as habilidades citadas nos documentos e seus benefícios.

Habilidade promovida:	Por que é importante?
Criatividade	P1: Aumenta a curiosidade e motiva o interesse.
Criticidade	P4: Preparar a criança para a vida, para o mercado de trabalho, para ajudar na solução de problemas.

	<p>P7: É importante para solucionar diversas situações de seu cotidiano</p> <p>P8: A não aceitação de tudo que lhe é apresentado sem observação.</p>
Criticidade e criatividade	<p>P2: Ele vai conseguir antecipar/prever situações e buscar sempre soluções estratégicas não tão óbvias.</p> <p>P3: Pensar de diferentes formas</p>
Enfrentamento	<p>P6: A aprendizagem dá-se pelo acúmulo de conhecimentos para ficarmos <u>aptos a resolver</u></p> <p>P4: Preparar a criança para a vida, para o mercado de trabalho, para ajudar na solução de problemas.</p>

Quadro 7 - Percepção de habilidades desenvolvidas na resolução de problemas

Além das respostas destacadas no quadro 7, ainda houveram percepções positivas em relação às habilidades:

P5: Ajudo no desenvolvimento do raciocínio humano

P9: Todas essas habilidades são importantes e colaboram na aprendizagem de diversos conteúdos da matemática.

P10: O fato de aumentar a sua confiança, pois percebe que não consegue resolver pelo problema não fornecer dados suficiente e não por falta de conteúdo e aprendizagem de sua parte.

P12: Com relação à matemática, ajuda a pensar em maneiras de resolver o problema para além de replicações de fórmulas.

No quarto bloco apresentamos as respostas obtidas por Santos (2014) com a aplicação de problemas não rotineiros, abertos, com falta ou excesso de dados e a primeira pergunta teve a intenção de verificar se os professores consideravam que os alunos usaram de criatividade e criticidade em suas respostas. Em seguida solicitamos que explicassem melhor a resposta anterior e as falas foram bem interessantes.

P1: Alguns alunos questionaram e outros apenas usaram os números

P2: Os que buscaram dar uma resposta (número) contextualizaram o problema acrescentando dados/perguntas que dariam maior sentido ao problema.

Os que perceberam a falta ou excesso de dados colocaram tal observação justificando o fato de não ser possível responder à pergunta do problema.

P3: Como disse eles iriam propor estratégias criativas

P4: Alguns perceberam que não tinha informações suficientes para resolver, porém não tentaram pensar de maneira mais prática, como o dia da semana que o fantasma tinha mais lençóis a disposição, fazendo da terça feira um dia com bastante possibilidade.

P5: Porque eles perceberam que as perguntas não conduziam com os dados apresentados

P6: Deram respostas de acordo com a leitura e oferta de informações

P7: Pude observar que mesmo sem obter uma resposta. Esse tipo de problema levou os alunos a pensarem em uma justificativa plausível para o lhes foi proposto.

P8: Às vezes apenas querem se livrarem do problema.

P9: Alguns deles apontaram a falta de dados necessários para realizar a resolução de maneira lógica.

P10: Os alunos foram honestos nas suas respostas, utilizando do óbvio.

P11: Encontraram outras formas de não passar em branco nas questões

P12: Pelas respostas nos problemas que em nada trabalham as habilidades matemáticas

Destacamos destas respostas que alguns professores percebem que os alunos, ao terem contato com os problemas não rotineiros buscam sentido, desenvolvem habilidades, pensam diferente da exercitação. Ao mesmo tempo, alguns professores têm a impressão que os alunos agem da mesma maneira que com exercícios, não enfrentando os problemas, tratando-os com exercícios, utilizam o óbvio e, um dos professores acredita até que não há a promoção de habilidades matemáticas, mas não deixa claro o que isso significa.

Ao questioná-los se o acesso a tais problemas poderia promover nos alunos a criatividade, tivemos duas respostas não afirmativas.

P10: Em partes, apenas por tentar buscar uma suposta resposta ao problema.

P12: Não. Porque esses problemas em específico mais confundem do que ajuda. A tendência é que ele comece a responder qualquer coisa nas perguntas justificado pela criatividade

A resposta de P12 nos remete a uma percepção de alunos que ainda tratam problemas como exercícios, onde basta apenas aplicar determinado algoritmo para solucioná-lo, assim o aluno acredita que ao se deparar, num primeiro momento, com um problema não rotineiro basta responder qualquer coisa que estará correto. Porém aqui entra a necessidade de o professor estar preparado para lidar com essa situação, mostrar a necessidade de ser também crítico e responder o problema de forma que haja sentido em sua resposta, estimulando-os a criar estratégias para a resolução.

Em relação à promoção de criticidade nos alunos a resposta foi unânime, os doze participantes acreditam que os problemas não rotineiros, com falta ou excesso de dados, podem sim promover a criticidade e algumas respostas ainda destacaram o porquê.

P4: Por desenvolverem mais argumentos e possibilidades para chegarem a uma solução.

P8: Sim. Quando compartilhada as respostas, um passa a analisar a resposta do outro e perceber coisas novas.

P9: Ao analisar a falta ou excesso de informações necessárias para a resolução dos problemas, desenvolverá uma criticidade que o ajudará na resolução de qualquer outro problema.

Finalizando esse bloco, os professores foram questionados sobre a mecanização no ensino de Matemática, mais especificamente se eles acreditam que com a proposição desses problemas haveria uma redução nessa mecanização. Para dez, dos doze participantes, sim, a maioria deles ainda ponderou o aumento da reflexão pelos alunos ao ter contato com tais problemas. Dois participantes tiveram respostas diferentes.

P11: Acho que as ações não são excludentes

P12: Com os problemas apresentados não. Os exemplos utilizados, como dito, mais confundem do que ajuda em algo. Agora, problemas abertos que possui minimamente uma lógica envolvida, sim.

Os pontos de vista diferentes são importantes para percebermos como ainda estamos presos aos problemas que envolvem operações matemáticas para resolução e respostas objetivas, muitas vezes com a ideia de que a abordagem desses problemas não apresentam conhecimentos matemáticos e, por isso, não fazem sentido a aula, porém, como Fonseca e Gontijo (2021), concordamos que a utilização desses problemas como estratégias para incluir criatividade no planejamento, não só promove tal habilidade, como também motiva o aluno e melhora seu desempenho em matemática. E, para que isso aconteça, Fonseca e Gontijo (2020) ainda complementam que a resolução do problema não pode ser a simples aplicação de uma fórmula ou de um algoritmo, mas sim envolver estratégias particulares de resolução como invenção e criação. Mais uma vez destacamos a importância da formação com resolução de problemas, que envolvam também problemas não rotineiros.

Ao contrário das respostas anteriores, dois participantes mostraram, também na questão anterior sobre o desenvolvimento da criticidade, ser um ponto positivo exatamente pelo fato de não ter o foco na operação matemática e resposta única e objetiva.

P1: Também, o hábito da leitura desses problemas torna eles críticos com relação ao uso das operações, questionando se que não é só a conta que importa.

P2: Também. Porque compreenderiam o problema é desenvolveriam a reflexão sobre a situação sem a necessidade de se acharem obrigados a dar uma resposta objetiva.

O quinto e último bloco foi em relação ao acesso a esses problemas, sendo a primeira pergunta sobre os materiais disponíveis na escola, ou seja, livros didáticos, caderno da cidade e trilhas de aprendizagem, isso porque ao longo dessa pesquisa foram estudadas diversas possibilidades para um produto educacional que fosse de fato utilizado pelos professores.

É FÁCIL ENCONTRÁ-LOS NOS MATERIAIS DISPONÍVEIS NA ESCOLA?	PROFESSORES	TOTAL
Sim	P3, P6	2
Não	P2, P4, P5, P7, P9, P10, P11, P12	8
Talvez	P1	1
No “Trilhas” ou no “Caderno da cidade”	P6, P8	2

Quadro 8 - Acesso aos problemas abertos não rotineiros nos materiais

Destacamos no quadro 8 que os três professores que responderam sim ou talvez, responderam inicialmente que não conheciam problemas abertos, o que nos causa dúvidas em relação a essa resposta, que pode ter sido marcada errada por acidente. Além disso, o quadro 8 nos faz refletir sobre o acesso a tais problemas, sejam eles em nossa formação inicial, continuada ou em nossa atuação enquanto docentes. Como vimos, muitos dos professores participantes utilizam os materiais disponíveis na unidade escolar para planejar suas aulas e, como não encontram tais problemas nos materiais, não apresentam esses problemas aos alunos, afinal, muitos não tinham nem conhecimento desses, logo nem procuravam exemplos.

As respostas da segunda pergunta do último bloco foram surpreendentes, isso porque os participantes foram questionados se já buscaram, ou buscariam, tais problemas nos materiais e, para nossa surpresa, nove dos doze participantes disseram, e acreditamos que seja no sentido de buscar no futuro, que sim. Essa resposta nos faz pensar que, se um contato tão pequeno com os problemas não rotineiros já fez com que os professores se interessassem, imagina se eles tivessem acesso a eles em formações iniciais ou continuadas.

A terceira pergunta se referia ao acesso a tais problemas e, dos doze participantes, dois acreditam ser fácil, dois citam que na rede municipal e estadual sim, um escreve sobre ser fácil apenas utilizando a internet e os outros sete acreditam que não é fácil ter acesso aos problemas não rotineiros.

A penúltima pergunta era se os participantes já haviam encontrado tais problemas nos materiais didáticos ao longo de suas aulas, com exceção do material apresentado, que foi retirado do Trilhas de aprendizagens de 2020, e apenas quatro professores responderam que sim.

Por fim, encerramos o formulário questionando os professores participantes se havia interesse em uma formação e um material sobre os problemas abertos, não rotineiros, com falta ou excesso de dados e a resposta foi unânime e positiva.

Após analisar de forma geral bloco a bloco, horizontalmente, decidimos analisar individualmente as respostas, ou seja, de forma vertical, e a primeira percepção que tivemos foi que os professores com menos tempo de docência se apresentaram menos abertos aos problemas não rotineiros.

Professor	Tempo de docência	Percepção em relação aos problemas não rotineiros	Como enxerga a solução
-----------	-------------------	---	------------------------

P3	8 anos	“Compreendo como desnecessária, a intenção é fazer o aluno não resolver”	“Não gosto”
P7	8 anos	“Compreendo como desnecessária, a intenção é fazer o aluno não resolver”	Difícil
P11	12 anos (5 anos com Matemática)	“Acho que faltam elementos e necessidade de propor este tipo de questão”	“Não enxergo”
P12	5 anos	“Não envolve (aparentemente) nenhuma habilidade matemática”	“Não vejo sentido nesse problema. Nem mesmo para gerar discussão proveitosa para a área de matemática”

Quadro 9 - Acesso aos problemas abertos não rotineiros nos materiais

Tais posicionamentos descritos no quadro 9 corroboram com o que fora relatado pelo autor de livros didáticos Imenes em entrevista para Santos (2014) “estranhamento e incompreensão do papel de tais enunciados”, o que nos mostra, novamente a necessidade de formação para que haja contato com tais problemas e assim uma percepção melhor sobre suas características.

4.5. DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO RECONHECIDOS NA UTILIZAÇÃO DE PROBLEMAS ABERTOS NÃO ROTINEIROS

Uma das preocupações, apresentada pelas professoras que participaram das primeiras entrevistas e também pelas professoras e professores que responderam ao formulário, é com a natureza da aprendizagem promovida com enunciados dos problemas não rotineiros que foram apresentados quando participaram desta investigação, pois questionaram se há aprendizado de conteúdos da Matemática com esses problemas. Assim, buscando compreender melhor a potencialidade desses problemas abertos e não rotineiros, propomos a identificação dos domínios do conhecimento matemático do ensino, na perspectiva de Ball (2008) e Silva e Santos (2014). Acreditamos que a identificação dos domínios do conhecimento matemático do ensino nesses problemas indica que há uma relação direta com a disciplina e, portanto, com a promoção do conhecimento da Matemática numa perspectiva emancipadora, para além dos conteúdos de seu ensino.

Iniciamos nossa análise com o problema conhecido como “Problema do capitão”, que tem como enunciado “Se um barco transporta 26 ovelhas e 10 cabras, quantos anos tem o capitão?” (BARUK, 1985). Ao considerarmos os valores 26 e 10 e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, identificadas em respostas como 36, 16, 260 e 2,6, acreditamos que é possível perceber um pensamento crítico/criativo na resposta de que a idade mais razoável é 36 anos para um capitão, claro que precisamos deixar claro que essa não é a resposta correta e, muito menos, a esperada, porém é possível que o aluno ou aluna tenha verificado que os demais valores não faziam sentido para o que estamos acostumado ser uma idade padrão para um cargo como capitão de um barco ou mesmo para um ser humano. Também é necessário percebermos que o aluno pode estar apenas fazendo a operação mais comum e mais conhecida por ele que é a adição, de forma mecanizada e sem nem pensar se está fazendo ou não sentido como solução do problema.

Em todas as possibilidades de respostas citadas anteriormente, a análise do comportamento do aluno ou da aluna, diante desse problema, mobiliza no professor o conhecimento especializado do conteúdo, isso exatamente porque, apesar de ser uma resposta simples e até um pouco mecanizada, fazendo apenas a operação mais comum, o aluno pode ter sido crítico ao perceber que 16 e 2,6 anos são idades baixas para um capitão e 260 anos não é uma idade que atingimos hoje, não considerando esse capitão como um ser humano.

O conhecimento do conteúdo e do currículo pode ser mobilizado ao utilizar esse mesmo problema quando o professor identifica a resolução de problemas, estratégia de enfrentamento criatividade e criticidade, como por exemplo um aluno buscar uma solução, pesquisar sobre

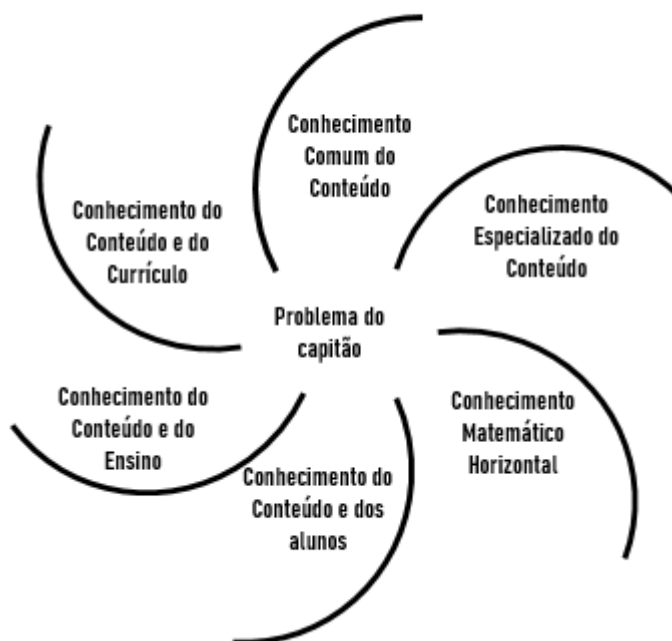
capitães, argumentar sua resposta de maneira a criar uma explicação lógica para ela, responde que não há solução, mas argumenta a fim de apresentar os motivos que o faz chegar a essa conclusão e assim em diante.

Já o conhecimento matemático horizontal no problema do capitão é mobilizado quando o professor ou professora identifica as possibilidades de utilização desse problema em continuidade de aulas de operações com números naturais ou de resolução de problemas, isso porque assim se avaliará o entendimento do aluno e sua mecanização, pois não basta o aluno fazer as operações que acabou de aprender ou revisar mas também uma interpretação da situação e uma busca de ferramentas para a sua solução ou argumentos para a sua não solução. Assim como o conhecimento do conteúdo e do ensino que é mobilizado na possibilidade de utilizar como sequência de uma aula de revisão de operações com números naturais ou quando o objetivo é verificar a capacidade do aluno em solucionar um problema. O conhecimento do conteúdo e dos alunos é mobilizado quando se prevê que os alunos sentirão a falta de dados que tenham relação com a idade do capitão, ou seja, quando o professor prevê o quais serão os questionamentos de seus alunos.

Por fim, formando assim o cata-vento (Figura 7) a seguir, deixamos a identificação do conhecimento comum do conteúdo, por se tratar de um conhecimento que o professor deve ter para realizar o que propôs aos alunos e, apesar de parecer não identificado nesse problema, pois acredita-se que esse conhecimento de que trata Ball (2009) é matemático, ele é identificado sim, quando assumimos que resolução de problemas, criatividade e criticidade, dentre outros conhecimentos utilizados para sua resolução, são também conhecimentos matemáticos. Acreditamos que podemos identificá-lo no sentido de perceber que o professor ou professora também precisa desse interesse, da busca para solução, da criatividade e da criticidade para propor esses problemas não rotineiros.

Figura 7 – Domínios do conhecimento matemático para o ensino no Problema do capitão

Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino



Fonte: Nossa autoria

O segundo problema avaliado pode ser encontrado em diversos sites e materiais de apoio disponíveis online, mas sem identificação da fonte de sua autoria. Esse será tratado por nós como “Problema da girafa”, cujo enunciado é:

Hermengardo é uma girafa macho. Ele adora gravatas-borboletas. Diz que elas valorizam seu pescoço. Hermengardo tem 40 gravatas lisas, 56 de bolinhas, 18 listradas, quatro xadrez, oito de estampados diversos, 288 floridas e 30 cachecóis. Quantas gravatas Hermengardo tem? (SÃO PAULO, 1998, p. 46)

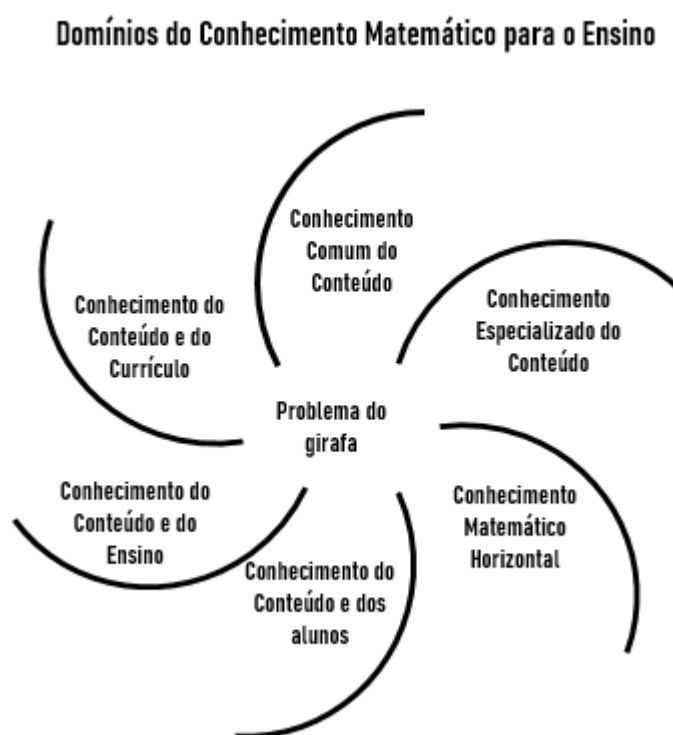
No Problema da girafa foi possível identificar todos os domínios do conteúdo propostos por Ball (2008).

O conhecimento do conteúdo e do currículo e o conhecimento comum do conteúdo são mobilizados por esse ser um problema que utiliza, para a sua solução, a adição, ou seja, a operação matemática, que faz parte dos documentos orientadores como objetivos de conhecimento, é necessária aqui, fazendo com que o professor necessite desses dois domínios ao propor tal enunciado. Além de também promover a criticidade no momento em que o aluno deve analisar o enunciado para descartar os cachecóis que estão só como distrator.

O conhecimento especializado do conteúdo, que é aquele onde o professor deve reconhecer os erros dos estudantes, ser capaz de falar sobre os conteúdos, responder perguntas e tudo mais relacionado ao pedagógico, que pode ser mobilizado quando este, ou esta, identifica os motivos que levaram o aluno a não somar os valores escritos por extenso e porque somaram o valor dos cachecóis.

O conhecimento matemático horizontal e o conhecimento do conteúdo e do ensino, também pode ser mobilizado por abordar no enunciado operações com números naturais, o que possibilita ser encontrado no currículo com facilidade e utilizado em continuidade de aulas de operações com números naturais, revisões ou de resolução de problemas. E, por fim, formando o cata-vento (Figura 8), o conhecimento do conteúdo e do aluno pode ser mobilizado quando identifica, por exemplo, que os alunos podem não somar os valores escritos por extenso e podem somar a quantidade de cachecóis. Neste problema a mecanização e ausência de um pensamento crítico é bastante visível quando o aluno não soma os valores escritos por extenso e soma a quantidade de cachecóis.

Figura 8 – Domínios do conhecimento matemático para o ensino no Problema da girafa



Fonte: Nossa autoria

O terceiro problema avaliado foi o que trataremos aqui como “Problema dos barcos”, cujo enunciado é: “Ontem 33 barcos entraram no porto e 54 saíram dele. Ontem ao meio-dia havia 40 barcos no porto. Quantos barcos ainda estavam no porto quando anoiteceu?” (Brolezzi, 2013, p. 104). Nele também podemos identificar todos os domínios do conhecimento.

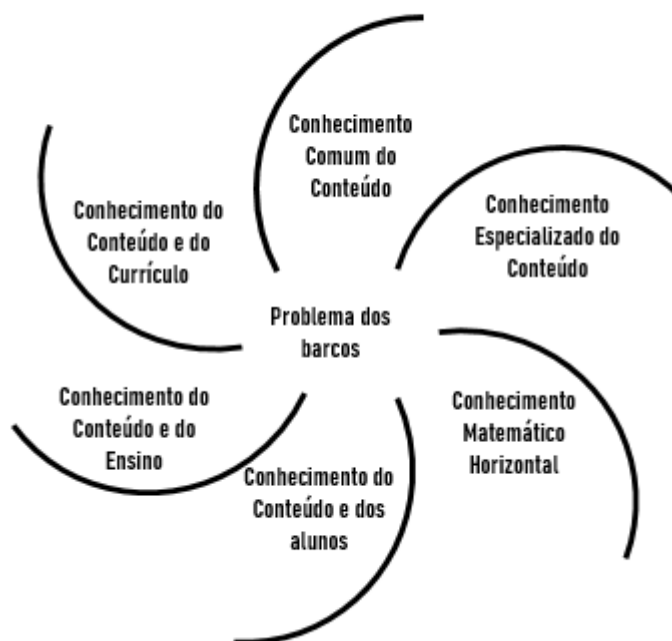
Assim como o “Problema do capitão”, esse enunciado é considerado um problema com falta de dados, sendo assim, sua resolução depende de outras informações (levantamento de quais informações são necessárias) e de estratégias para consegui-las (onde encontrá-las), por exemplo, se há horário de abertura e de fechamento, ou ainda como estimar sua capacidade.

Percebemos que o conhecimento do conteúdo e do currículo pode ser mobilizado por ser um problema que promove a criatividade e a criticidade além das operações matemáticas. A necessidade das operações matemáticas pode mobilizar o conhecimento comum do conteúdo, possibilitando a utilização do mesmo em sequência de uma aula de operações com naturais, revisão ou resolução de problemas, mobilizando assim o conhecimento matemático horizontal e o conhecimento do conteúdo e do ensino.

O conhecimento especializado do conteúdo pode ser mobilizado quando o professor identifica qual e porque os alunos iniciam as contas com determinados valores ou entende que a utilização de uma simples operação com os valores do enunciado seria um sinal de mecanização. Por fim, fechando o cata-vento (Figura 9), o conhecimento do conteúdo e dos alunos pode ser mobilizado quando o professor identifica que os alunos sentem falta do valor inicial de barcos para solucionar mais facilmente o enunciado.

Figura 9 – Domínios do conhecimento matemático para o ensino no Problema dos barcos

Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino



Fonte: Nossa autoria

Com a análise dos enunciados, a identificação dos domínios do conhecimento e com os cata-ventos construídos podemos inferir que os problemas não rotineiros, do tipo com falta ou excesso de dados, permite compreender o quanto a percepção dos conhecimentos matemáticos para o ensino importa para a promoção de um processo de ensino-aprendizagem emancipatório, quando promove o conhecimento desta ciência de forma crítica e criativa, rompendo com um processo mecanizado.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Antes de iniciarmos essas considerações, é importante reiterar que, para nós, é importante que os alunos saiam da escola com uma visão mais ampla da Matemática, que não saiam apenas acreditando que é apenas uma disciplina que resolve exercícios e que esses são sempre resolvidos com alguma conta. O conhecimento matemático vai muito além disso, é importante lembrar e apresentar a Matemática como uma ciência, considerar o trabalho didático-pedagógico nas aulas dessa disciplina como alfabetização científica.

Posto isso, retomamos aqui as principais discussões feitas à luz do nosso objetivo principal da pesquisa, que visa à compreensão da promoção de criatividade e criticidade, por meio da resolução de problemas não rotineiros, incorporados às práticas pedagógicas no ensino fundamental, identificando os domínios do conhecimento matemático em atividades organizadas. Propúnhamos discutir os problemas não rotineiros, apresentando possibilidades de sua utilização em sala de aula por meio de atividades organizadas, entendendo também que são um meio de combate à mecanização do ensino de Matemática. Considerando a análise das entrevistas com professores, tínhamos como objetivo propor uma sequência didática e meios de diálogo com e entre professores como produto educacional desta pesquisa.

A análise dos documentos orientadores considerados nesta pesquisa permitiu o entendimento de que estes propõem a promoção de algumas competências e habilidades, porém sem deixar claro como fazer isso. O ponto inicial é que não deixam claro nem o que se entende como competência e o que se entende por habilidade, tratando a criatividade e a criticidade, foco deste trabalho, ora como uma, ora como outra, mas reforçando, a todo tempo, que devem ser promovidas.

Percebe-se, então, que há a necessidade da discussão de propostas educativas que tenham potencial de promover o desenvolvimento de tais competências e habilidades, presentes no Currículo da Cidade de São Paulo (2017) e na Base Nacional Comum Curricular (2018). É importante destacar que propostas não devem ser reduzidas a material(is) para o ensino, mas como suporte à preparação do(a) docente para sua prática profissional. Por isso, insistimos que há necessidade e relevância dessas discussões e abordagens na formação de professores, seja ela inicial, seja contínua. Considerando os professores que já têm atribuição na rede municipal de ensino, por exemplo, são muitas as demandas que chegam, porém sem discussão didático-pedagógica necessária para um olhar crítico sobre suas práticas, numa tentativa de mudança, não apenas para atender à legislação, mas, principalmente, para promover um processo de ensino-aprendizagem emancipatório. Algumas demandas parecem ser atendidas pelos materiais, ao menos no discurso, mas, efetivamente, não têm agregado mudança significativa nas práticas docentes e no aprendizado em Matemática, que nos parece ainda pautado em exercícios padronizados e repetitivos.

Essa pesquisa explorou a resolução de problemas não rotineiros, compreendendo estes não só como uma ferramenta na busca de promoção de criatividade e de criticidade, por exemplo, mas também como alternativa à mecanização. Mecanização essa que atrapalha o desenvolvimento, ou mesmo promoção, no aluno de competências e habilidades necessárias à vida, pois esse entende ser a aula de matemática um momento onde vai apenas resolver exercícios, que, na maioria das vezes, não fazem sentido, sempre utilizando uma operação matemática para isso, o que faz com que esse tenha a atitude de sempre tentar fazer uma dessas operações básicas com os números presentes no enunciado.

A interlocução conseguida com os docentes sujeitos da pesquisa, aos quais se apresentou tais problemas, agregou percepções de modo, a partir disso, propor um material de apoio, um dos produtos educacionais desta pesquisa. A exploração e apresentação contou com uma fase de entrevistas e aplicação de formulários a professores e professoras e um ponto importante a ser destacado, após análise desses, é a compreensão destes em relação a problemas, quando dizem compreendê-los como sendo exercícios contextualizados, nos permitindo perceber se esse contexto implicaria na necessidade de se conhecer o alunado, seus conhecimentos e vivências. Pareceu-nos que tratam situações problemas como contexto, buscando um local “seguro” como ponto de partida para os(as) estudantes.

Em relação a esse ponto de conhecer o aluno, percebeu-se que há uma resistência em alguns professores em utilizar os problemas não rotineiros com a justificativa de ser algo que possa atrapalhá-los ou até que é possível utilizá-los, mas com grupos de alunos específicos, como sugeriu, ao longo da entrevista, a professora B, que é uma participante ativa de formações frequentemente ofertadas e percebe-se sua busca por saberes para lidar melhor com a prática. Os professores participantes da pesquisa via formulários também demonstraram insegurança com os problemas não rotineiros e a ideia de contexto, o que aqui nos questionamos se há uma discussão, percepção ou consideração sobre "O que meu aluno sabe e o que não sabe?".

Ao serem questionados se os alunos usaram de criatividade e criticidade em suas respostas tivemos três respostas "talvez" e as outras nove "sim", o que nos leva a perceber que, ao ter contato com os resultados, os professores se mostraram mais abertos à ideia de que poderiam utilizar tais problemas como alternativa para promoção de tais habilidades nos alunos. Para nós, um ciclo virtuoso: é preciso habilidades para resolver problemas e a resolução de problemas promove habilidades.

A percepção final, subsidiada por uma busca exploratória, é que não há material disponível para o professor, apenas com uma busca bastante refinada, já com um conhecimento prévio de tal assunto, foi possível ter acesso a investigações sobre problemas abertos e não rotineiros. Ou seja, essas investigações e problemas dessa natureza não "chegam" aos(as) docentes, pois não são facilmente encontrados. E à medida em que um professor não tem como intenção trabalhar esses problemas, pois não os conhece (ou considera), essa busca não ocorre, porque a tendência é que se apropriem e/ou façam uso de material disponível que já conhecem ou ainda de fácil acesso. Assim, é importante que haja tais materiais para que o professor se aproprie também dessas questões e as incorpore à sua prática - ou ao menos seja provocado(a) a isso.

Essas percepções que vieram com a pesquisa exploratória, foram ratificadas com as primeiras entrevistas com as professoras, porque elas não incorporam à sua prática tais problemas por diversos motivos, como não conhecer, não ter acesso, ter dificuldade em diferenciar um problema com falta de dados para um problema de cunho pessoal, por exemplo, como aqueles que perguntam diretamente ao aluno e esse deve apresentar os dados, pessoais, para responder, ou não ter conhecimento de tais problemas. A falta de conhecimento de tais problemas não advém de má formação, mas sim da falta de formação, seja inicial, seja continuada, que proponham ou organizem a discussão de tais problemas. Percebeu-se uma pré-disposição a conhecer tais problemas e incorporá-los às suas práticas, mas faltam subsídios para reflexões e incorporação à prática.

Assim, a partir das primeiras entrevistas, consideramos que as professoras buscam formação, porém, por ausência de oferta ou por não terem sido provocadas por lidar com esses problemas em sala de aula, as formações não contemplaram essas discussões. Apesar da percepção de uma prática que se ampara em exercícios repetidas vezes, admitindo mecanização do processo, identificaram a potencialidade de se trabalhar com problemas não rotineiros, também aqueles com falta ou com excesso de dados e que um material produzido ajudaria com sua proposição junto ao corpo discente.

As percepções sobre as entrevistas foram reforçadas com os questionários. Com esses últimos, um destaque importante a ser feito é em relação a aplicação dos problemas não rotineiros em sala de aula: para alguns professores e professoras é difícil por “fugir” do ensino de Matemática, podendo indicar preocupação em como o ensino dessa ciência é avaliado, sendo que, na maioria dos casos, as avaliações externas ditam o que deve e o que não deve ser ensinado e cobrado.

A partir disso percebemos que há uma priorização aos conteúdos de forma acrítica, sem a preocupação com a promoção de determinadas competências e habilidades, não se percebendo o caminho para o ensino mecanizado. O que é intrigante, já que os documentos orientadores defendem tanto a resolução de problemas e isso não ocorre de fato na sala de aula, pois lá buscam dar conta de outras demandas, em geral, apresentadas por instâncias superiores. Talvez porque tenham que considerar primeiramente questões da administração, não haja muito espaço para percepções (ou mesmo busca) de uma prática diferente e foi constante o questionamento sobre os problemas não rotineiros: de maneiras e em quais momentos utilizá-los, pois não vislumbram essas possibilidades.

Com as respostas aos formulários, e de certa forma nas entrevistas, percebemos que os professores não compreendiam de fato como o ensino de Matemática poderia ocorrer ao trazer os problemas abertos, com falta e com excesso de dados. Encontramos em Ball (2008) e Silva e Santos (2014), com a ideia de articulação dinâmica entre os domínios do conhecimento matemático para o ensino, uma base para afirmar que sim, tais problemas além de propor um ensino diferente, com mais intervenção e investigação do aluno, minimizando assim a mecanização que encontramos no ensino dessa ciência, também promovem o conhecimento de matemática que eles se referem.

E buscando de que forma os domínios do conhecimento matemático para o ensino podem auxiliar na compreensão da promoção de criatividade e criticidade a partir da resolução de problemas não rotineiros, rompendo com a mecanização percebida, esses são apresentados de forma a entender o que e como são utilizados os conhecimentos pelos professores no ato de lecionar e, portanto, nos faz entender que ao identificar tais domínios na prática docente identificamos também aquele conteúdo como sendo parte da disciplina.

Essa dúvida apresentada pelos professores que participaram da pesquisa também nos fez compreender como isso pode estar relacionado também à disposição e interesse dos alunos ao se depararem com determinadas circunstâncias. Percebemos que muitas vezes ao apresentar um exercício ou problema um pouco mais trabalhoso, no sentido de exigir mais atenção e estratégias diferentes, possuímos reações diferentes dos alunos, tendo uma postura mais investigativa e positiva o aluno que sempre foi rodeado daquilo e uma postura mais negativa, e até de desistência, do aluno que sempre foi rodeado de coisas mais simples, menos elaboradas ou mais rotineiras. Além disso os alunos, cada vez mais, têm se mostrado menos interessados em resolver problemas, desistindo antes mesmo de tentarem e percebemos que os problemas não rotineiros promovem esse enfrentamento neles, pois há a necessidade de busca, seja de dados ou ferramentas, para a sua solução.

Por todas as considerações feitas, reiteramos a necessidade da formação em serviço, formação profissional, além da inicial, o que interessaria aos professores participantes da pesquisa, pois respondem que buscariam essa formação. Ressaltamos que a falta de perspectiva de um processo de ensino-aprendizagem diferenciado acaba causando frustração e desânimo, e pode afastar o professor da natureza da profissão docente, como visto no caso da professora A. O único ponto preocupante é que os mesmos só perceberam essa necessidade ao serem confrontados com problemas não rotineiros, até então desconhecido por grande parte deles, ou seja, se as questões não são apresentadas, não há qualquer avanço.

Esta pesquisa, apesar de finalizada uma etapa aqui, não se encerra, tendo a perspectiva de continuidade para explorar melhor a reação dos alunos frente aos problemas não rotineiros, construindo e propondo mais materiais didáticos, favorecendo a formação de professores, com o objetivo de contribuir para um ensino de matemática mais significativo e menos mecanizado.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALENCAR, E. S.; FLEITH, D. S. **Criatividade: múltiplas perspectivas**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2003, 2009 (reimpressão)

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Contexto e contextualização nos processos de ensino e aprendizagem Matemática**. Nova Escola, 2014. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/567/contexto-e-contextualizacao-nos-processos-de-ensino-e-aprendizagem-da-matematica>. Acesso em: 30 jan. 2023

ALVARENGA, Rosana Cristina Macelloni. **A análise de Heurísticas na Resolução de problemas matemáticos**. REVEMAT. Florianópolis (SC), v.9, n. 1, p. 58-68, 2014.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. **Content Knowledge for Teaching: What make it special?** Journal of Teacher Education, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BARUK, S. **L'âge du capitaine**, Paris : Seuil, 1985.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 2018.

BROLEZZI, A. C. **Criatividade e Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

ECHEVERRÍA, Maria Del Puy Pérez; POZO, Juan Ignacio. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para aprender. IN: POZO, Juan Ignacio (Orgs.). **A Solução de Problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 13 - 43.

Enigma matemático indecifrável em prova para crianças viraliza e gera polêmica na China. **BBC News Brasil**. Brasil, 16 fevereiro de 2018. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/geral-43072422> Acesso em: 13 jan. 2021

FONSECA, M. G. .; GONTIJO, C. H. . **Pensamento crítico e criativo em Matemática em diretrizes curriculares nacionais**. Ensino em Re-Vista, [S. l.], v. 27, n. 3, p. 956–978, 2020. DOI: 10.14393/ER-v27n3a2020-8. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/54589>. Acesso em: 17 nov. 2022.

_____. **Pensamento Crítico e Criativo em Matemática: uma Abordagem a partir de Problemas Fechados e Problemas Abertos**. Perspectivas da Educação Matemática, v. 14, n. 34, p. 1-18, 30 mar. 2021. DOI: 10.46312/pem.v14i34.12515. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/12515>. Acesso em 20 nov. 2022.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 50ª ed - Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2015.roque

_____. **Pedagogia do oprimido**. 68ª ed - Rio de Janeiro/São Paulo: Paz e Terra, 2019.

- GALVÃO, Elizangela da Silva Galvão; NACARATO, Adair Mendes Nacarato. **As abordagens de resolução de problemas presentes em livros didáticos para os anos iniciais**. Perspectivas da Educação Matemática, Campo Grande, MS, v. 3, n. 6, p. 7-20, jul./dez./ 2010
- HERNÁNDEZ-MORALES, J.A.; CASTAÑEDA, A.; GONZÁLEZ-POLO, R.I. (2019). **La solución de un problema matemático no convencional por estudiantes universitarios**. Revista Científica, 35(2), 201-215.
- MACHADO, Nilson José. **Sobre a idéia de competência**. FEUSP – Programa de Pós-Graduação 2º semestre de 2006. Seminários de Estudos em Epistemologia e Didática (SEED). Disponível em: <http://nilsonjosemachado.net/20060804.pdf>. Acesso em: 18 jan. 2023.
- MORAES, Roque. **Análise de conteúdo**. Revista Educação, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.
- MOREIRA, Francis Miller Barbosa; MAGINA, Sandra Maria Pinto. Modelagem matemática como estratégia de ensino aprendizagem da Matemática. Curitiba, **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2013.
- MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Campinas, SP: Papirus, 1997.
- PINHEIRO, Sandra; VALE, Isabel. (2013). Formulação de problemas e criatividade na aula de matemática. **Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática**. APM & CIEd da Universidade do Minho. (481-494)
- POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto metodológico**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
- PUCHALSKA, E., SEMADENI, Z. **Children’s reactions to verbal arithmetical problems with missing, surplus or contradictory data**. Montreal: FLM Publishing Association, 1987
- SANTOS, A. C. A. Resolução de Problemas com falta ou excesso de dados no Ensino Fundamental I. **Trabalho de Conclusão de Curso** - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.
- SÃO PAULO. Secretaria do Estado da Educação (SEE). **Ensinar pra valer**. (classes de aceleração). São Paulo: SEE, 1998.
- _____. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática**. São Paulo: SME/COPED, 2017.
- _____. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Trilhas de aprendizagens: Ensino Fundamental – 5o ano – volume 1**. – São Paulo: SME / COPED, 2020.

SILVA, Darlysson Wesley da, SANTOS, João Ricardo Viola do. CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: UM ‘NOVO’ OLHAR SOBRE UMA TEORIZAÇÃO. In: v. 8 n. 1 (2014): **Anais do VIII Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática.**

SHULMAN, Lee.S. (1986). **Those who understand:** knowledge Growth. Teaching Educational Research, v.15, n.2, p.4-14.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para investigação.** BOLEMA, Rio Claro, v. 13, n.14, p.66-91, 2000.

_____. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica.** Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008.

_____. **Um convite à educação matemática crítica.** Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2014.

SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SOUZA, Adriane Eleutério. O lúdico associado à resolução de problemas e jogos no ensino e aprendizagem de funções: uma abordagem. **Dissertação (Mestrado)** – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2014.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In Nasser, L. (Ed.) **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**, 1993, p. 1-26.

VYGOTSKY, L. S. Mind in society. **The development of higher psychological processes.** Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.

_____. **La imaginación y el arte en la infancia.** Madri: Akal, 1986.

7. APÊNDICES

7.1 APÊNDICE A - PRODUTO EDUCACIONAL

Após o processo de reestruturação da pesquisa e impedimento da aplicação da sequência completa aos alunos em sala de aula, surgiu a ideia da construção de uma página em parceria com outros professores, de forma remota, devido à pandemia de COVID-19 que impedia, até então, o contato direto com grandes grupos. Assim, simultaneamente, foram criadas as páginas no Instagram (Figura 1) e no Google Sites (Figura 2). Nessas páginas é possível enviar mensagens e comentar nas publicações de maneira a criar uma discussão sobre determinadas postagens e também enviar mensagens privadas. Ambas as páginas são recentes e, portanto, ainda não apresentam um retorno grande.

Figura 1 – Página @demaisoudemenos no Instagram



Fonte: Nossa autoria

As postagens feitas no Instagram foram inicialmente uma apresentação tanto da autora, em seguida dos problemas não rotineiros, utilizando para isso alguns exemplos deles, e também dos domínios do conhecimento Matemático para o ensino propostos por Ball (2008). No site as publicações seguem o mesmo padrão do *Instagram*, porém são feitas de forma mais completa, com mais textos e explicações. As páginas têm como objetivo apresentar tais problemas aos professores, pois, assim como Gontijo e Fonseca (2020), acreditamos que isso permitirá que esses profissionais vivenciem estratégias para o estímulo do pensamento crítico e criativo.

Figura 2 – Site “É de mais ou de menos?”



Fonte: Nossa autoria

Já a sequência didática, foi planejada para ser discutida com outros professores, assim a intenção é que a mesma seja mutável, porém sem perder a essência que é trabalhar com problemas não rotineiros. A proposta inicial é dois cadernos de atividades (Figura 3), sendo um na versão do professor, com sugestões de como propor as atividades e outro na versão do aluno, pronto para ser utilizado em uma sequência de aulas ou até mesmo em um momento único. Foram bases para a sua elaboração, considerando a tênue diferença entre exercícios e problemas, as entrevistas e referenciais como Brousseau, e sua Teoria das Sequências Didáticas, Brolezzi (2013), Baruk (1985), Pozo (1998) entre outros.

Figura 3 – Capas dos modelos de produtos educacionais

Resolução de Problemas com falta ou com excesso de dados



Roteiro do professor

Resolução de Problemas com falta ou com excesso de dados



Fonte: Nossa autoria

A sequência didática foi construída, inicialmente, com três atividades. A primeira é composta por: um problema convencional, a exposição e explicação dos passos de Polya (1995) para solução de um problema, algumas reflexões em torno do problema e passos para solução. A segunda atividade é composta por quatro problemas com falta de dados e alguns exercícios de reflexão. Por fim, a terceira atividade é composta por três problemas com excesso de dados. A todo o momento ao longo da aplicação da sequência didática são sugeridas reflexões e discussões sobre os problemas e sua(s) solução(s).

Moysés (1997) apresenta que, em determinada situação observada, quando o professor passava mais tempo orientando sobre atividades com os alunos organizados na maioria das vezes em grupo, ao contrário de uma aula tradicional, cujo o maior tempo é de uma aula expositiva e o trabalho individual, “criou-se, assim, a interação, a possibilidade de troca. Favoreceu-se, dessa forma, o aparecimento, nos alunos, de novas zonas de desenvolvimento proximal, bem como a expansão de zonas já existentes” (p.131).

Na primeira atividade o problema convencional proposto é de Bartlett (1958, in POZO, 1998) e apresenta uma adição de dois nomes resultando em um terceiro, ali o objetivo é identificar o valor de cada letra a partir de determinadas premissas. Este problema foi escolhido para dar início à sequência didática por se tratar de um problema convencional, ou seja, resolvido utilizando as ferramentas matemáticas já conhecidas, porém é um problema não rotineiro. A estratégia proposta ao professor neste problema é de, por meio da utilização dos passos de Polya (1995), resolvê-lo junto aos alunos e, em seguida, expor que a solução foi feita seguindo tais passos.

Após a apresentação e utilização dos passos de Polya (1995), propõe-se discutir se essa pode ser uma estratégia a ser utilizada sempre na resolução de problemas e anotar toda essa discussão, que servirá para a segunda atividade.

A segunda atividade é uma proposta de resolução de problemas não rotineiros, abertos e do tipo com falta de dados, por meio de quatro enunciados diferentes, a maioria deles propostos por Brolezzi (2013) e também algumas reflexões de brincadeiras comuns como um labirinto. O objetivo aqui é, além da tentativa de utilização dos passos de Polya (1995) para resolução, um primeiro contato com tais problemas, podendo assim avaliar a reação e resolução desses pelos alunos. Nessa atividade a proposta é que todos os problemas sejam resolvidos em pequenos grupos, para que haja discussões sobre os enunciados com falta de dados e promoção das habilidades criatividade e criticidade.

A terceira, e última, atividade também é uma proposta de resolução de problema não rotineiros, abertos, porém agora com excesso de dados. Essa atividade é mais curta, propositalmente, porque espera-se que os alunos tenham, ao longo da segunda atividade, adquirido o hábito da leitura com mais atenção e estejam preparados para saber lidar com o excesso de informações. Além disso esse tipo de exercícios, como foi verificado com a análise das entrevistas iniciais, é mais comum, ou seja, eles estão um pouco mais acostumados. Aqui o objetivo também é promover, principalmente, a criticidade nos alunos.

7.1.1. PRODUTO EDUCACIONAL – PÁGINA DO INSTAGRAM

<https://instagram.com/demaisoudemenos>

The screenshot shows the Instagram profile for 'demaisoudemenos'. The profile picture is a yellow circle containing a white brain with radiating lines. The bio reads: 'É de mais ou de menos? Resolução de problemas não rotineiros Em busca de um ensino não mecanizado, crítico e criativo'. It is owned by 'profª Andréa' and includes the website 'sites.google.com/view/demaisoudemenos'. Below the bio are two tabs: 'PUBLICAÇÕES' and 'MARCADOS'. Three posts are visible: 1. 'Problema dos soldados' on a camouflage background. 2. 'A história da educação de abril' featuring a pencil and the text 'se pode lutar de ação sem amor. ILO FREIRE'. 3. 'Problema dos barcos' with a colorful boat diagram and speech bubbles containing math problems.

demaisoudemenos Enviar mensagem

15 publicações 66 seguidores 118 seguindo

É de mais ou de menos?
Resolução de problemas não rotineiros
Em busca de um ensino não mecanizado, crítico e criativo

Por profª Andréa
(sem fins lucrativos)
sites.google.com/view/demaisoudemenos

Seguido(a) por carolzinha.bezerra, aurelio.oss, thaiscefaloni e outras 46 pessoas

PUBLICAÇÕES **MARCADOS**

Problema dos soldados

... da educação
de abril
se pode
lutar de
ação sem
amor.
ILO FREIRE

Problema dos barcos

Que horas entraram esses barcos?
Que horas esses barcos saíram?
Fechou às 12h?
Por que tanta gente responde n?
Quantos barcos tinham ao abrir?



7.1.2. PRODUTO EDUCACIONAL – SITE

<https://sites.google.com/view/demaisoudemenos/>

É de mais ou de menos? **Página inicial** Criatividade e criticidade Problemas Problemas não rotineiros ▾ Domínios do conhecimento Referências 🔍



É DE MAIS OU DE MENOS?

A página

"É de mais ou de menos?" surgiu a partir de uma pesquisa de mestrado sobre a mecanização no ensino de Matemática, muitas vezes notada a partir de perguntas como essa, onde é possível interpretar que o aluno definiu que ele sempre deve fazer uma operação matemática para solucionar um exercício ou problema, mas não compreendeu quando utilizar cada operação.

7.1.3. PRODUTO EDUCACIONAL – SEQUÊNCIA DIDÁTICA VERSÃO PROFESSORES

Resolução de Problemas com falta ou com excesso de dados

Andréa de Cássia Alarcon Santos
Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

Roteiro do professor

Professor(a):

Caro(a) Professor(a)

Este material foi desenvolvido como produto educacional do mestrado profissional em ensino de Ciências e Matemática, cujo título foi “Domínios do conhecimento matemático na perspectiva da resolução de problemas não rotineiros com a promoção da criatividade e criticidade”. São também produtos dessa pesquisa o perfil do Instagram @demaisoudemenos e o site <https://sites.google.com/view/demaisoudemenos/>, espaços que buscam diálogo com professores que ensinam matemática.

O objetivo principal destas propostas é servir como ferramenta de apoio para a introdução de problemas não rotineiros em sala de aula, promovendo o desenvolvimento de competências e habilidades como raciocínio lógico, heurística, resolução de problemas, criatividade e criticidade.

Além da promoção dessas competências e habilidades a sequência também tem o intuito de minimizar a mecanização em sala de aula, fazendo com que nossos alunos tenham a oportunidade de sair da escola sem pensar que Matemática é sinônimo apenas de “fazer contas” e resolver exercícios

Para isso, esta sequência didática apresentada a seguir possui 3 atividades, propostas para serem trabalhadas ao longo de 7 aulas de 45 minutos cada. As atividades são propostas para o Ensino Fundamental, anos finais, e podem ser aplicadas em qualquer época do ano letivo. Grande parte dos problemas propostos aqui são adaptações de problemas também sugeridos por Brolezzi (2013) e outros autores.

É importante, porém, discutirmos um pouco, antes do início, sobre problemas, competências e habilidades.

Iniciando pela definição de problema que será utilizada aqui é importante primeiro pensar o que pensamos como sendo um problema em nossa vida pessoal. A primeira coisa que pensamos é que não é algo bom, algo difícil de solucionar e que nem sempre conseguimos encontrar ou nem sempre tem uma solução.

Com os problemas matemáticos não é muito diferente, uma perspectiva exposta por Pozo (1998) é que problemas são aquelas situações que não são facilmente solucionadas, que buscamos ferramentas para resolvê-las, não apenas aplicamos os mecanismos conhecidos.



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com



Esse destaque, do que entendemos por problema, é bastante importante para que fique claro que nem todos os problemas terão uma solução e nem todos terão apenas uma solução. Chegando assim nos problemas abertos e, mais especificamente, nos problemas com falta ou excesso de dados, que serão apresentados aqui como uma forma de minimizar a mecanização no ensino de Matemática.

Outro ponto importante é em relação a diferença entre competências e habilidades. Entende-se competências como conjuntos formados por habilidades e conhecimentos. Machado (2006) traz a ideia de que competência é a capacidade de aprender ou compreender algo, já as habilidades são a capacidade de fazer algo.

A competência é um atributo das pessoas, exerce-se em um âmbito bem delimitado, está associada a uma capacidade de mobilização de recursos, realiza-se necessariamente junto com os outros, exige capacidade de abstração e pressupõe conhecimento de conteúdos. (MACHADO, 2006, p.1)

A resolução de problemas, a criatividade e a criticidade são apresentadas na BNCC (2018) ora como competências e ora como habilidade, já no Currículo da Cidade (2017) são tratadas como saberes. Isso porque em um problema é possível promover as competências a serem desenvolvidas de acordo com os conteúdos que o problema abrange e, neste mesmo problema, também é possível identificar e promover habilidades como a resolução de problemas, a criatividade, a criticidade, a heurística e muitas outras.

Esperamos que este material possa atingir seu objetivo e, a partir dessa experiência, convidamos a você professor(a) a participar também de uma troca de experiências em nossos canais de comunicação, onde também discutimos sobre os domínios do conhecimento para o ensino de Matemática.

 @demaisoudemenos

ATIVIDADE 1



Dada a adição a seguir, determine o valor de cada letra sabendo que D vale 5, que cada letra possui um valor diferente e que esses valores são de 0 a 9.

$$\begin{array}{r} \text{D O N A L D} \\ + \text{G E R A L D} \\ \hline \text{R O B E R T} \end{array}$$

(Bartlett 1958, in POZO, 1998).

A questão acima é um problema ou um exercício?

Reprodução página do aluno

A primeira atividade proposta tem a intenção de iniciar uma discussão sobre a sutil diferença entre um problema e o um exercício. Assim, na primeira aula, propõe-se aos alunos a questão de Bartlett (1958) na página 3 e, antes de pensar como resolvê-la, sugere-se que seja perguntado a eles se o enunciado se trata de um exercício ou um problema.

É possível iniciar a discussão com a ideia da vida pessoal, ou seja, questionando a eles o que é um problema na vida real, o que define que temos um problema, ou que algo é um problema.

Após essa discussão, a ideia é que seja discutido se há uma forma de resolver os problemas que sempre seja válida. Após a discussão com a sala sugere-se apresentar aos alunos uma estratégia de solução. Uma possibilidade a estratégia dos quatro passos de Polya (1998) que são:

- 1º Passo: Compreender o problema;
- 2º Passo: Estabelecer um plano para solucionar o problema;
- 3º Passo: Executar o plano estabelecido;
- 4º Passo: Observar a solução.

O espaço nesta página é dedicado para uma síntese do que foi discutido em sala de aula.

Aqui espera-se que o aluno consiga sintetizar as características de um problema, com o objetivo de minimizar suas reações negativas e de bloqueio ao se deparar com um.

O segundo espaço, também de síntese, é destinado ao aluno escrever o que entendeu da estratégia de resolução de Polya (1998) ou qualquer outra estratégia passada por você professor(a).

Em resumo, espera-se que no primeiro

Anote aqui o que foi discutido em sala com seus colegas



Anote aqui os quatro passos de Polya para solução de qualquer problema

Reprodução página do aluno

espaço o aluno escreva que problemas são situações onde não encontramos a resposta de maneira imediata, apenas utilizando alguma ferramenta ou operação matemática, mas sim situações onde é necessário buscar estratégias para solucioná-lo. Aqui também espera-se que o aluno entenda que nem todo problema apresenta solução e, quando apresenta, nem sempre essa solução é única.

No segundo espaço espera-se que o aluno consiga explicar a estratégia apresentada pelo professor, como, no caso de usar Polya, algo semelhante a:

- 1º Passo: Compreender o problema;
- 2º Passo: Estabelecer um plano para solucionar o problema;
- 3º Passo: Executar o plano estabelecido;
- 4º Passo: Observar a solução.

ATIVIDADE 1



Como solucionamos a questão anterior?

Sugestão de resposta: Se D vale 5 e $5+5=10$, então o valor da letra T é zero. Na soma de O com E para o resultado ser O só tem duas possibilidades, o E ser 0 ou ser 9 e ter recebido uma dezena de N+R. Como $T=0$ o valor de E não pode ser 0, portanto $E=9$, $N+R>9$ e $D+G+1=R$.

$$\begin{array}{r}
 \text{5 T O N A T L 5} \\
 + \text{G 9 R A L 5} \\
 \hline
 \text{R O B 9 R 0}
 \end{array}$$

A próxima letra a ser descoberta é o A, pois $A+A=9$ e como nenhuma soma de algarismos iguais resulta em 9 entende-se que $1+L+L>9$ (lembrando que 1 vem de $D+D=10$) e portanto $A+A=8$ e somando 1 da dezena de $L+L$ resulta em 9, assim $A=4$. A próxima letra

Reprodução página do aluno

naquela posição e o valor das dezenas é colocado na próxima posição à esquerda e que o elemento neutro da soma é o 0 (zero), ou seja, que apenas somando a zero temos o mesmo valor como resposta. Caso os alunos não respondam que é uma soma ou não saibam responder a sugestão é o professor conversar sobre a ideia de somar, utilizando as palavras “juntou”, “uniu”, “acrescentou”, para assim os alunos entenderam o conceito de soma. O segundo passo é o estabelecimento de um plano para solucionar o problema, assim espera-se aqui, após ser exposto esse segundo passo, que eles descrevam como podem solucionar o problema de encontrar os valores de cada letra, por exemplo percebendo que se D vale 5 e $5+5=10$, então o valor da letra T é zero. O terceiro passo é pôr esse plano em ação, ou seja, executá-lo, então aqui os alunos farão todas as considerações para descobrir cada letra.

Para solucionar a atividade proposta, sugerimos que haja o incentivo para que o aluno utilize uma estratégia, como os passos de Polya (2006). Assim, o primeiro passo consiste na compreensão do problema, para tanto, deve-se questionar aos alunos “O que está acontecendo neste problema?”. Aqui se espera que os alunos respondam que é uma soma, que existem detalhes importantes como sempre que somamos dois algarismos e o resultado é maior que 9 unidades mantemos o valor das unidades

Sugere-se que o professor deixe os alunos em pequenos grupos para tentar solucionarem juntos – assim os alunos percebem que após descobrirem o valor de T conseguem, utilizando a estratégia desenvolvida para descobrir todos os outros valores.

Ao encontrar todos os algarismos, sugere-se o quarto passo que consiste em observar a solução, como uma “prova real”, uma verificação do que foi feito, se faz ou não sentido como resposta.

Esse último passo é bastante importante na promoção de criticidade

isso porquê muitos alunos respondem determinados enunciados apenas preocupados com as operações matemáticas, mas a solução encontrada não faz sentido para o enunciado, por exemplo responder que com número decimais perguntas que envolvam seres humanos, animais ou objetos.

Destacamos aqui que a utilização dos passos de Polya não é obrigatória e nem tem como objetivo se tornar mais uma ferramenta para a mecanização do alunos, mas sim a sugerimos como uma ferramenta para auxiliar no processo de resolução de problemas, que, apesar de sugerir sempre os mesmos passos, necessita de atenção, interpretação e desenvolvimento de uma estratégia diferente para cada enunciado.

ATIVIDADE 1



a ser descoberta é o R, pois se $1+L+L>9$ então L pode ser 5, 6, 7, 8 ou 9. Como os valores 5 e 9 já foram utilizados, L pode ser 6, 7 ou 8. Como temos $1+D+G=R$, $N+R=B$ e $L+L=R$, descobrimos que R é ímpar, isso porque $L+L$ é par, assim $1+D+G=R$ é $1+5+G=R$ e como resultado ímpar aqui temos 7 ou 9, que são respectivamente $5+2$ e $5+4$, como R não vale 9, determina-se que $R=7$. A partir daí determina-se G valendo 1, pois sabe-se que $1+D+G=7$ e $D=5$, determina-se também L valendo 8, pois $1+L+L=17$, portanto $L+L=16$, N vale 6, pois $N+R>10$, $R=7$, portanto N só pode ser 6, pois $7+3=10$ e B não pode ser 0. Assim B vale 3 e por fim O vale 2.

$$\begin{array}{r}
 15 \ 12 \ 6 \ 14 \ 18 \ 5 \\
 \hline
 + \ 1 \ 9 \ 7 \ 4 \ 8 \ 5 \\
 \hline
 7 \ 2 \ 9 \ 9 \ 7 \ 0
 \end{array}$$

Reprodução página do aluno

REFLITA



Pensando nos problemas que tem em seus materiais escolares, as informações que precisa para solucioná-los estão sempre em suas perguntas? Se não exemplifique. Se sim, consegue imaginar e compartilhar um problema que não?

Reprodução página do aluno

Ao finalizar este primeiro momento sugere-se ao professor inicialmente discutir com os alunos se sempre todas as informações necessárias para resolver um problema estão em seu enunciado – a ideia aqui é sugerir aos alunos pensarem fora da sala de aula, se encontram um problema em seu cotidiano esse possui todas as informações necessárias para ser resolvido – espera-se dos alunos que a resposta seja negativa, que nem sempre possuem todas as informações para solucionar os problemas fora da sala de aula e

assim, sugere-se ao professor aproveitar tal momento para explicar que este tipo de problema também é encontrado na Matemática e para solucioná-los devemos utilizar a criatividade e o que chamamos de raciocínio lógico, mas que também há problemas que não possuem solução, para este qualquer solução pode ser considerada correta. Neste momento sugere-se ao(a) professor(a) que crie um espaço de fácil compartilhamento de ideias, como uma roda, ou saída da sala de aula para um ambiente mais descontraído e que os alunos se sintam mais a vontade para assim responderem, após discussão, às perguntas.

Aqui seguimos com a mesma sugestão de discussão em grupos ou com todos da sala para responder às perguntas nesse momento de reflexão.

Sugerimos que haja um incentivo ao alunos para que esse não responda apenas sim ou não em cada reflexão, mas sim de fato reflita e escreva de maneira explicativa.

REFLITA



Agora pense nos seus problemas do seu dia a dia. Todas as informações necessárias para solucioná-los são dadas?

Consegue pensar em um problema que não possui informações suficientes para solucioná-lo, ou que possua mais informações do que o necessário? Exemplifique.

Reprodução página do aluno

ATIVIDADE 2



Para a solução da **Atividade 2** completa, junte-se a seus colegas, em grupos com no máximo 4 pessoas para discutir os problemas propostos a seguir.

Registre aqui o nome de cada integrante de seu grupo, incluindo você mesmo:



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

Reprodução página do aluno

A partir da atividade 2 iniciamos as propostas de enunciadas de problemas não rotineiros, abertos, do tipo com falta de dados.

A atividade é sugerida em grupo pois, em análise de experiências similares, ao estarem organizados em grupos, “criou-se, assim, a interação, a possibilidade de troca. Favoreceu-se, dessa forma, o aparecimento, nos alunos, de novas zonas de desenvolvimento proximal, bem como a expansão de zonas já existentes” (MOYSÉS, 1997, p.131)

Assim essa página é dedicada apenas a organização dos alunos em grupos, que pode ser feita por eles mesmos, ou pelo professor ou professora com o intuito de misturá-los em relação aos conhecimentos, habilidades e produção.

Provavelmente essa será a primeira experiência deles com problemas não rotineiros, portanto é importante que você, professor ou professora, esteja preparado para esse primeiro choque e que os incentivem a buscar uma solução, no sentido de motivá-los a enfrentar os problemas, sugerir que busquem estratégias para resolução e não simplesmente respondam que não há solução, sem argumentos.

Em experiências anteriores os alunos, apesar de “perdidos” com o primeiro contato, gostaram da experiência e em outros momentos passaram a ser mais críticos com os enunciados, sendo capazes até de apontar erros e sentidos dúbios.

Sugerimos passar aos alunos um problema de cada vez, ou seja, passar o segundo exercício apenas após discussão e resolução do primeiro.

Enquanto os alunos em grupo tentam solucionar o problema a sugestão é que o professor ou professora passe de grupo em grupo e acompanhe um pouco da discussão, observando se algum grupo está tentando utilizar os passos aprendidos de Polya ou a estratégia aprendida e se, a partir dela, estão conseguindo organizar uma forma para solucioná-lo.

ATIVIDADE 2



Há 26 ovelhas e 10 carneiros em um navio. Qual idade do capitão?
(Stella Baruk 1985)

Reprodução página do aluno

A sugestão é que seja dado pelo menos 20 minutos para a solução e anotações em relação à solução do primeiro problema. Passados os 20 minutos sugere-se que o professor peça para que cada grupo relate um pouco sobre como solucionou o problema. Após os relatos é sugerido ao professor ou professora que relembre a estratégia ensinada para solução de problemas e discuta com os alunos cada passo, buscando assim a resolução do problema.

O objetivo é que os alunos percebam que se trata de problema com falta de dados e, a partir disso, elaborem estratégias para solucioná-lo, como, por exemplo, pesquisar qual é a faixa etária de um capitão normalmente, se atentando ao fato do porte do navio para caber 26 ovelhas e 10 carneiros. Caso algum grupo responda que o capitão tem 36 anos, apenas por somar os números, sugere-se uma discussão.

O objetivo deste problema ainda é o mesmo do anterior, promover heurística e criatividade, minimizando a mecanização no ensino de Matemática. Assim é sugerido ao professor que proponha este problema aos alunos ainda em grupo, onde discutirão para resolver o problema.

Não se espera aqui que os alunos respondam algum valor obtido a partir de uma operação matemática com os números do enunciado, assim como no enunciado anterior, pois se isto ocorrer os mesmos não entenderam o que foi explicado anteriormente,

com o primeiro problema. No caso deste tipo de resposta é necessário retomar as discussões feitas anteriormente.

O que será trabalhado com os alunos neste problema será o fato de que as informações dadas no enunciado não são suficientes para responder à pergunta, então deve-se, para solucionar o problema, buscar uma estratégia, utilizando a criticidade, criatividade e a heurística, para encontrar alguma solução.

Novamente deve-se deixar claro aos alunos que este tipo de problema não há respostas únicas dadas como corretas, mas também deve-se instigar neles um senso crítico para conseguirem distinguir respostas possíveis e respostas mais difíceis ou impossíveis.

ATIVIDADE 2



Ontem 33 barcos entraram no porto e 54 saíram dele. Ontem ao meio-dia havia 40 barcos no porto. Quantos barcos ainda estavam no porto quando anoiteceu? (Brolezzi 2013)

Reprodução página do aluno

Nesta página sugerimos que haja a retomada da mesma discussão feita na página 15, ou seja, mais uma vez uma discussão com os alunos sobre o uso de estratégias de resolução e como essa apesar de poder seguir passos como os propostos por Polya, são diferentes para casa enunciado.

Também é importante retomar a discussão com eles em relação a entender, criticamente, que um problema não possui solução, também é possível e correto, que existem sim problemas sem solução e problemas com mais de uma solução.

ATIVIDADE 2



E desta vez, você utilizou os passos de Polya para solucionar os problemas anteriores? Se não, sua resposta seria a mesma? Como poderia ter utilizado?

Reprodução página do aluno

Para pensar...



“Como colocamos um elefante na geladeira? E um jacaré?”



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

Reprodução página do aluno

Essa atividade de reflexão é uma brincadeira de estímulo às percepções críticas dos alunos. Portanto, aqui sugere-se ao professor ou professora mostrar exemplos comuns de como é possível responder de maneira diferente do esperado às perguntas com falta de informações, por exemplo ao perguntar como colocar um elefante dentro de uma geladeira é importante destacar ao aluno que, antes dele responder que um elefante não cabe dentro da geladeira, ou até responder um “não sei” é importante que ele enfrente esse problema

buscando informações como, por exemplo, qual o tamanho dessa geladeira? Qual o tamanho desse elefante? O elefante cabe na geladeira?

Isso porque, ao buscar essas respostas ele está sendo crítico em relação ao que lhe foi proposto e buscando solucionar esse problema, assim como terá de ser quando se deparar com alguns problemas da vida real.

Ou seja, sua resposta pode ser bem simples como “abra a geladeira, coloque o elefante dentro da geladeira e feche a geladeira”.

Assim como o enunciado anterior, o objetivo dessa atividade é apresentar para o aluno como a criticidade e criatividade podem facilitar muitas vezes a resolução de um problema.

Todos nós, provavelmente, já nos deparamos com uma imagem de labirinto onde deveríamos ligar o ponto inicial e final deste. A pergunta é, será que no enunciado sempre está claro que para solucionar esse enigma é necessário passar por dentro do labirinto?

Sugere-se fazer esse mesmo

Para pensar...

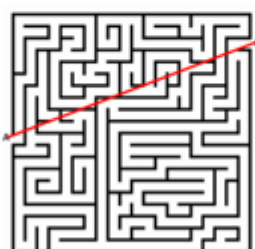


Como é possível ligar os pontos A e B na figura abaixo?



Reprodução página do aluno

questionamento aos alunos com o objetivo de fazê-los refletir sobre a importância dos detalhes no enunciado. Uma solução possível é:



Aqui também é um momento de reflexão para nós professores, será que deixamos claro o que queremos que seja feito naquela situação?

ATIVIDADE 2



Um grupo de boias-frias tem dois terrenos para arar, um dos quais tem o dobro da área do outro. No primeiro dia, todos eles começam pelo terreno maior até a metade do dia, quando metade deles foi para o terreno menor. No final do dia, o terreno maior estava arado e do menor sobrou uma área que foi completada por um único trabalhador durante todo o dia seguinte. Quantos boias-frias compunham o grupo inicial?

(Brolezzi 2013)

Reprodução página do aluno

Esse último problema da atividade 2 parece ser um problema rotineiro, porque aparentemente é possível descobrir quantos boias-frias compunham o grupo, mas isso na verdade só é possível se criarmos hipóteses para a resolução.

Ao ler com atenção o enunciado, percebe-se que em nenhum momento é dito que todos os boias-frias trabalham de maneira semelhante, ou seja, aram uma determinada área em um determinado tempo. Também não é deixado claro se os terrenos estão na mesma condição para serem arados ou se um

dará mais trabalho que o outro, por exemplo, independente do seu tamanho.

Assim a ideia aqui é que os alunos percebam essa falta de informação antes de iniciarem a solução. A partir dessa percepção, sugere-se ao professor ou professora que promova uma discussão sobre a necessidade de criar hipóteses para solucionar esse problema e lembrar de escrevê-las na solução.

REFLITA



Será que quanto mais informações melhor?



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

Reprodução página do aluno

Nesta página sugerimos que seja promovido pelo professor um momento de reflexão junto com os alunos, questionando-os sobre a quantidade de informações no enunciado.

Eles sabem como é ter o suficiente e acabaram de ter a experiência da falta de dados.

Qual é a opinião e expectativa deles para problemas com excesso de dados? Será que são mais fáceis ou mais difíceis?

Assim como o enunciado anterior, o objetivo dessa atividade é apresentar ao aluno a importância da atenção na leitura e interpretação.

Esse enunciado é bem próximo de um problema rotineiro, porém há alguns distratores que são dois valores escritos por extenso e um valor que não deve ser considerado na solução por não ser uma quantidade de gravata e sim de cachecóis.

Assim a solução desse problema é apenas a soma de 40, 56, 18, 4, 8 e 288.

ATIVIDADE 3



Hermengardo é uma girafa macho. Ele adora gravatas-borboleta. Diz que elas valorizam seu pescoço. Hermengardo tem 40 gravatas lisas, 56 de bolinhas, 18 listradas, quatro xadrez, oito de estampados diversos, 288 floridas e 30 cachecóis. Quantas gravatas Hermengardo tem?

(Brolezzi 2013)

Reprodução página do aluno

Mais uma vez é importante que o professor ou professora promovam uma discussão entre os alunos caso haja sinais da mecanização como a soma de todos os valores, incluindo os cachecóis, ou quando os alunos não somarem as gravatas xadrez e as de estampados diversos.

ATIVIDADE 3



Há dois fios pendurados no teto da sala a certa distância um do outro. Segurando um deles com a mão, não se consegue alcançar o outro com a outra mão. A sua tarefa é amarrar os dois fios. Você dispõe de um dicionário, um grampeador, um copo, uma rã viva e um alfinete. Como você juntaria os dois fios? (Brolezzi 2013)

Reprodução página do aluno

Finalizando essa sequência didática propomos um problema não rotineiro, aberto e com excesso de dados.

Aqui não há uma única resposta possível e correta, portanto o objetivo aqui é a promoção da criatividade, dado que os alunos terão de pensar em como solucionar o problemas, e da criticidade, porque aqui é importante que o aluno perceba que, mais uma vez, não há necessidade de utilizar todos os dados do enunciado para encontrar uma solução para o problema.

Essa sequência didática acaba aqui, mas gostaríamos de convidá-los, mais uma vez, para participar de nossos grupos de discussões e reflexões sobre problemas não rotineiros como ferramenta para minimizar a mecanização no ensino de Matemática.

Estamos no Instagram com o @demaisoudemenos ou nos encontre pela página <https://sites.google.com/view/demaisoudemenos/>.

Referências bibliográficas

BARUK, S. *L'âge du capitaine*, Paris : Seuil, 1985.

BROLEZZI, A. C. **Criatividade e Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Campinas, SP: Papyrus, 1997.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto metodológico**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.





Andréa é professora da rede pública municipal de São Paulo desde 2017, está em sala de aula desde 2012. É licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo, possui licenciatura em Pedagogia, especialização em Neuropsicopedagogia e é mestranda em Ensino de Ciências e Matemática no Instituto Federal de São Paulo, orientada pela Prof^a Dr^a Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira.

7.1.4. PRODUTO EDUCACIONAL – SEQUÊNCIA DIDÁTICA VERSÃO ALUNOS

Resolução de Problemas com falta ou com excesso de dados

Andréa de Cássia Alarcon Santos



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

Nome:

Ano:

Professor(a):



Esta é uma sequência de atividades matemáticas diferenciadas, coletadas por mim, professora Andréa Alarcon Santos, com a intenção de propor a resolução de problemas e seu entendimento.

Espero que goste!

Preparado(a)?

ATIVIDADE 1



Dada a adição a seguir, determine o valor de cada letra sabendo que D vale 5, que cada letra possui um valor diferente e que esses valores são de 0 a 9.

$$\begin{array}{r} \text{D O N A L D} \\ + \text{G E R A L D} \\ \hline \text{R O B E R T} \end{array}$$

(Bartlett 1958, in POZO, 1998).

A questão acima é um problema ou um exercício?

Anote aqui o que foi discutido
em sala com seus colegas



Anote aqui os quatro passos de Polya
para solução de qualquer problema

REFLITA



Agora pense nos seus problemas do seu dia a dia. Todas as informações necessárias para solucioná-los são dadas?

Consegue pensar em um problema que não possui informações suficientes para solucioná-lo, ou que possua mais informações do que o necessário? Exemplifique.

ATIVIDADE 2



Para a solução da **Atividade 2** completa, junte-se a seus colegas, em grupos com no máximo 4 pessoas para discutir os problemas propostos a seguir.

Registre aqui o nome de cada integrante de seu grupo, incluindo você mesmo:



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

Para pensar...



“Como colocamos um elefante na geladeira? E um jacaré?”

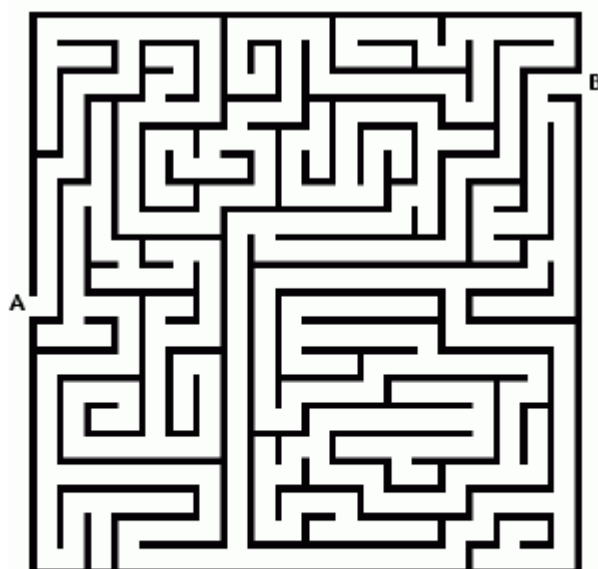


Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

Para pensar...



Como é possível ligar os pontos A e B na figura abaixo?



ATIVIDADE 2



Um grupo de boias-frias tem dois terrenos para arar, um dos quais tem o dobro da área do outro. No primeiro dia, todos eles começam pelo terreno maior até a metade do dia, quando metade deles foi para o terreno menor. No final do dia, o terreno maior estava arado e do menor sobrou uma área que foi completada por um único trabalhador durante todo o dia seguinte. Quantos boias-frias compunham o grupo inicial?

(Brolezzi 2013)

REFLITA



Será que quanto mais informações melhor?



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

ATIVIDADE 3



Hermengardo é uma girafa macho. Ele adora gravatas-borboleta. Diz que elas valorizam seu pescoço. Hermengardo tem 40 gravatas lisas, 56 de bolinhas, 18 listradas, quatro xadrez, oito de estampados diversos, 288 floridas e 30 cachecóis. Quantas gravatas Hermengardo tem?

(Brolezzi 2013)

ATIVIDADE 3



Há dois fios pendurados no teto da sala a certa distância um do outro. Segurando um deles com a mão, não se consegue alcançar o outro com a outra mão. A sua tarefa é amarrar os dois fios. Você dispõe de um dicionário, um grampeador, um copo, uma rã viva e um alfinete. Como você juntaria os dois fios? (Brolezzi 2013)

Espero que tenha sido uma experiência maravilhosa a você.

Referências bibliográficas

BARUK, S. *L'âge du capitaine*, Paris : Seuil, 1985.

BROLEZZI, A. C. *Criatividade e Resolução de Problemas*. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

POZO, J. I. (Org.). *A solução de problemas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

7.1.5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. **Content Knowledge for Teaching: What make it special?** Journal of Teacher Education, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino.** São Paulo: Ática, 2008.
- GONTIJO, C.; FONSECA, M. O lugar do pensamento crítico e criativo na formação de professores que ensinam matemática. Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática, v. 3, n. 3, 11 nov. 2020. DOI: 10.5335/rbecm.v3i3.11834. Disponível em: <http://seer.upf.br/index.php/rbecm/article/view/11834>. Acesso em 20 nov. 2022.
- MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática.** Campinas, SP: Papirus, 1997.
- POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto metodológico.** Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

7.2 APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO (TCLE) – PRIMEIRAS ENTREVISTAS

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

_____ pelo presente instrumento que atende às exigências legais, está sendo convidado a participar da pesquisa intitulada: “Resolução de problemas com falta ou excesso de dados no ensino fundamental como instrumento para o desenvolvimento da criatividade e criticidade”, objetivando: (i) compreender a relação entre o desenvolvimento de habilidades como criatividade, criticidade e heurística por meio da utilização de problemas com falta ou excesso de dados; (ii) mostrar possibilidades de utilização de problemas com falta ou excesso de dados por meio de atividades organizadas, desenvolvidas e avaliadas e (iii) propor uma sequência didática como produto educacional desta pesquisa. Você foi selecionado(a), pois é uma professora da disciplina de Matemática que leciona na Escola Municipal de Ensino Fundamental Alberto Santos Dumont. Sua participação consistirá em responder a uma entrevista semiestruturada e contribuirá para o desenvolvimento de um produto educacional sobre resolução de problemas com falta ou excesso de dados, a fim de analisar o desenvolvimento de habilidades como criatividade, criticidade e heurística nos alunos com a aplicação e resolução de tais problemas. Este produto educacional será compartilhado publicamente com outros professores da área de Matemática, a fim de divulgar os resultados obtidos com tal experiência, promovendo novas possibilidades de metodologia de aula. Vale ressaltar, ainda, que esta pesquisa não é obrigatória, nem remunerada. A qualquer momento você poderá desistir de participar e retirar seu consentimento. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com a pesquisadora ou com a instituição de ensino a qual ela está vinculada. Os riscos relacionados à pesquisa são mínimos, não precisando de plano de contingência, pois as entrevistas serão feitas em horário e local definidos pela entrevistada. A tomada de dados para essa pesquisa será feita por meio de gravação de áudio e anotações da pesquisadora, ficando todo o processo em sigilo absoluto sobre a sua participação. Caso algum registro seja indispensável para a análise da pesquisa, será atribuído um nome fictício à professora, e sua imagem será preservada impossibilitando o reconhecimento de sua pessoa e/ou da unidade escolar. Quanto aos dados utilizados, todos serão omitidos ou trocados de forma a assegurar o necessário sigilo, com tempo de guarda de 5 (cinco) anos, conforme a legislação. Após o prazo legal de guarda, todo o material produzido na coleta de dados será fragmentado e descartado e os registros eletrônicos descartados. Você receberá uma cópia desse termo, contendo todos os dados do pesquisador, assim como do orientador e do CEP (Comitê de Ética e Pesquisa) podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento que sentir necessidade.

7.3 APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO (TCLE) - FORMULÁRIO

TERMO DE CIÊNCIA LIVRE ESCLARECIDO

_____ pelo presente instrumento que atende às exigências legais, está sendo convidado a participar da pesquisa intitulada: “Resolução de problemas com falta ou excesso de dados no ensino fundamental como instrumento para o desenvolvimento da criatividade e criticidade: na perspectiva de professores”, objetivando: (i) compreender a promoção de criatividade e criticidade em atividades organizadas como meio de combate à mecanização do ensino de Matemática e (ii) propor uma sequência didática como produto educacional desta pesquisa. Você foi selecionado(a), pois é um(a) professor(a) da disciplina de Matemática que leciona na Diretoria Regional de Educação Jaçanã/Tremembé. Sua participação consistirá em participar de até duas etapas da pesquisa: (i) responder a uma entrevista estruturada, por meio de formulário virtual na plataforma Google Formulário; e (ii) participar de uma entrevista semiestruturada, por meio de uma videochamada na plataforma Google Meet. Para tanto, por este Termo também solicitamos que o(a) professor(a) autorize gravação de áudio e/ou vídeo em reunião pelo Google Meet. Sua participação fornecerá elementos para uma melhor compreensão: (i) sobre uma proposta de sequência didática que apresente possibilidades de se levar problemas abertos com falta ou excesso de dados para a sala de aula dos anos finais do ensino fundamental II, apresentando alternativas para a prática docente; (ii) para analisar a promoção de habilidades como criatividade, criticidade e heurística nas aulas de Matemática; (iii) de como contribuir para a área de ensino de Matemática e de formação de professores. O produto educacional desta pesquisa será compartilhado publicamente com outros professores da área de Matemática, a fim de divulgar os resultados obtidos com tal experiência, promovendo novas possibilidades de metodologia de aula. Vale ressaltar, ainda, que esta pesquisa não é obrigatória, nem remunerada. A qualquer momento você poderá desistir de participar e retirar seu consentimento. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com a pesquisadora ou com a instituição de ensino a qual ela está vinculada. Os riscos relacionados à pesquisa são mínimos e todas as etapas serão realizadas em dia e horário definidos pelo(a) entrevistado(a) e de modo virtual, sendo que a pesquisadora fornecerá links de acessos confiáveis. Para acesso ao questionário o(a) professor(a) receberá um link do Google Formulário; caso o(a) professor(a) seja selecionado para a segunda etapa, receberá um link de acesso ao Google Meet. Cabe ressaltar que por se tratar de um ambiente virtual há riscos característicos em função das limitações das tecnologias utilizadas e, portanto, há limitações dos pesquisadores para assegurar total confidencialidade e potencial risco de sua violação. No entanto, asseguramos que não haverá no questionário (formulário) e na entrevista (reunião online) indicação de acesso a outros links ou solicitação de dados de documentos pessoais, assim como solicitação de downloads ou instalação de programas, de forma a prezar pela segurança virtual dos entrevistados. Portanto há a sugestão que guarde uma cópia deste documento eletrônico que será enviado a você. Os dados dessa pesquisa serão obtidos por meio da categorização das respostas ao formulário preenchido pelo(a) professor(a) e pela análise das entrevistas realizadas online, considerando as anotações da pesquisadora, ficando todo o processo em sigilo absoluto sobre a sua participação. Caso algum registro seja indispensável para a pesquisa, será atribuído um nome fictício ao(à) professor(a), e sua imagem será preservada impossibilitando o reconhecimento de sua pessoa e/ou da unidade escolar. Quanto aos dados utilizados, todos serão omitidos ou trocados de forma a assegurar o necessário sigilo, com tempo de guarda de 5 (cinco) anos, conforme a legislação. Após o prazo legal de guarda, todo o material produzido na coleta de dados será fragmentado e descartado e os registros eletrônicos descartados. Você receberá uma cópia desse termo, contendo todos os dados do

pesquisador, assim como do orientador e do CEP (Comitê de Ética e Pesquisa) podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento que sentir necessidade.

7.4 APÊNDICE D – ROTEIRO DE ENTREVISTA PRÉ-RESTRUTURAÇÃO

Esta é uma pesquisa do programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, realizada junto ao Instituto Federal de São Paulo, sob orientação da professora Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira. A pesquisa é sobre a aplicação de uma sequência didática, produto desta, com o tema de resolução de problemas com falta ou excesso de dados, aplicadas ao ensino fundamental, anos finais, com a intenção de analisar o desenvolvimento de habilidades como criatividade, criticidade e heurística. Sendo assim gostaria de lhe fazer algumas perguntas para auxiliar neste trabalho.

Bloco de apresentação

- 1) Sobre a sua formação para atuar como professora de Matemática, sua graduação é em Licenciatura Plena, ou é formada em alguma outra área com complementação pedagógica?
- 2) Há quantos anos é professora desta disciplina?
- 3) Quando foi sua última formação para atualização? Sobre o que era esta formação?
- 4) Você possui alguma outra formação?

4.1) (Se sim) Você acredita que essa sua outra formação colabora, ou auxilia, na maneira como você leciona? E na interdisciplinaridade?

Bloco sobre problemas

- 5) Agora em relação à Matemática, em suas aulas, você resolve e propõe problemas ou exercícios matemáticos?
- 6) Poderia me dar exemplos de cada um desses?
- 7) Você já ouviu falar sobre problemas abertos? Pode me dar exemplos de problemas abertos?

7.1) (Em caso negativo) Problemas abertos são aqueles que podem ter mais de uma solução, ou ainda que não possuem solução.

- 8) Você utiliza ou já utilizou problemas abertos em sala de aula?

Bloco sobre desenvolvimento

- 9) Entendendo problema como uma proposta onde não temos mecanismos que nos levam à resposta de forma imediata, que é uma situação nova ou diferente para o aluno, você acha que a resolução de problemas desenvolve habilidades no aluno? Quais?

- 10) Agora em relação aos problemas abertos que são problemas que podem ter mais de uma solução ou nenhuma solução, você acredita que a aplicação destes possa desenvolver alguma habilidade específica? (Se sim) Qual? Qual a importância de tais habilidades no desenvolvimento do aluno?

Bloco sobre acesso a problemas com falta ou excesso de dados

- 11) Pensando agora nestes problemas que discutimos aqui, problemas matemáticos com falta ou excesso de dados, você os encontra com facilidade nos materiais disponíveis na escola?
- 12) Já buscou, ou buscaria, por eles em algum livro ou conteúdo online?
- 13) Você gostaria de ter acesso a uma formação com maneiras e exemplos da utilização de tais problemas?
- 14) E de um material escrito sobre eles?

Agradeço a sua participação e colaboração com esta pesquisa e me comprometo a divulgar-lhe o resultado final deste trabalho.

7.5 APÊNDICE E – FORMULÁRIO PARA PROFESSORES

1. Identificação do professor (não haverá divulgação desta resposta) - nome e escola;
2. Sobre a sua formação, qual é (ou quais são) o(s) curso(s) de sua graduação? (Para casos em que não haja a licenciatura: Você fez algum curso de formação/complementação pedagógica?)
 3. Você cursou alguma pós-graduação?
 - 3.1 (Sim)
 - 3.1.1 Qual?
 - 3.1.2 Você acredita que essa sua outra formação colabora, ou auxilia, na maneira como você leciona Matemática – interdisciplinaridade, metodologia etc?
 - 3.1.2.1 (Sim) Poderia exemplificar?
 4. Quando foi o último curso de formação/atualização que você participou?
 5. Sobre o que era esta formação – conteúdo específico, conteúdo pedagógico, metodologia...?
 6. Há quantos anos você atua como professor(a)?
 7. E como professora de Matemática do ensino fundamental anos finais?
 8. Se você fosse cursar uma formação, que elementos buscaria?
 9. Em relação às suas aulas de Matemática, como você as estrutura? Poderia dar um exemplo? (Ex: só explicação ou só teoria, ou teoria e exercitação...)
 10. Quais materiais usa para preparar as atividades das aulas? (Ex: livro didático, materiais da prefeitura, livros paradidáticos, outros...)
 11. Você resolve e propõe problemas ou propõe exercícios matemáticos?
 12. Poderia me dar um exemplo de cada um desses, por favor?

ATIVIDADE/EXEMPLO 1

Dada a adição a seguir, determine o valor de cada letra sabendo que D vale 5, que cada letra possui um valor diferente e que esses valores são de 0 a 9 (BARTLETT, 1958).

$$\begin{array}{rcccccc} & D & O & N & A & L & D \\ + & G & E & R & A & L & D \\ \hline R & O & B & E & R & T & \end{array}$$

Na sua opinião, o enunciado acima é um exercício ou um problema? Argumente sua resposta.

DEFINIÇÃO DE PROBLEMAS DE POZO E PASSOS PARA SOLUÇÃO DE POLYA

Uma das definições encontradas em Pozo (1998), que cita Lester (1985), define problema como sendo uma situação que precisa de solução e o aluno não possui um caminho rápido ou direto para a solução, ou seja, é algo novo, diferente, ao contrário do exercício, que é utilizado para o aluno treinar conhecimentos já adquiridos, solucionando proposições com mais facilidade ou tendo ferramentas que facilitam nessa solução. A diferença entre problemas e exercícios, portanto, deve ser considerada como o conhecimento de mecanismos que tornam a solução mais fácil ou não.

Não é possível determinar, em geral, se uma tarefa escolar determinada é um exercício ou um problema. Isso depende não somente da experiência e dos conhecimentos prévios de quem executa, mas também dos objetivos que estabelecem enquanto a realiza. (POZO, 1998, p.16)

Levando-se em consideração a citação acima, como distinguimos ambos?

Para a resolução de um problema você utiliza algum processo/algorithm?

Conhece/Utiliza os passos de Polya?

3.1. (Sim) Poderia enunciá-los?

3.2. (Não) Os passos consistem em: compreensão do problema, estabelecimento de um plano para solucionar o problema, execução do plano e observação da solução.

Você acha que esses processos poderiam ajudá-los?

Acredita que é possível utilizar esses passos para solucionar problemas com os alunos em sala de aula?

13. Você já ouviu falar sobre problemas abertos?

13.1. (Sim) Pode me dar exemplos de problemas abertos?

ATIVIDADE/EXEMPLO 2

Figura 1



Fonte: <https://www.bbc.com/portuguese/geral-43072422>

O problema do capitão é um problema bastante conhecido mundialmente. O enunciado do mesmo é:

“Há 26 ovelhas e 10 carneiros em um navio. Qual a idade do capitão?”

A partir desse enunciado, responda:

Você proporia tal problema a seus alunos? Por quê?

Como você, professor, compreende a aplicação de tal problema? Qual a intenção/necessidade?

14. Agora em relação aos problemas abertos, que são problemas que podem ter mais de uma solução ou nenhuma solução, como, por exemplo, aqueles com falta ou excesso de dados, você os conhece ou já usou em suas aulas?

15. Como você avalia o envolvimento/receptividade dos alunos diante desses problemas?

16. Poderia dar um exemplo? Como você organiza(ou) os alunos para essa resolução?

ATIVIDADE/EXEMPLO 3

Figura 2

- a) Um caminhão pequeno com dois eixos pode transportar 640 litros de óleo de cada vez. Ele pesa, vazio, 14 toneladas. O caminhão transportará 4 vasilhames: um com 250 litros, outro com 330 litros, outro com 250 litros e outro com 28 litros. Quantas viagens ele terá de fazer, no mínimo? Quais são os vasilhames que podem ser levados em cada uma dessas viagens?
- b) Uma jarra cheia de água enche 4 copos. Duas jarras e meia enchem quantos copos?
- c) Na distribuidora de Lucas já havia 1 233 pacotes de farinha, quando chegaram outros 468. Muitas latas de refrigerantes foram vendidas naquele dia. Quantas ficaram no depósito?

Fonte: Trilhas de Aprendizagem 5º ano - 2020 - SME-SP

Figura 3

- a) Todos os 28 alunos de uma escola de natação foram organizados em 4 equipes para participarem de uma competição. Qual é a idade da monitora de natação desses alunos?
- b) Helena e Marina possuem juntas 17 figurinhas de jogadores de futebol. Quantas figurinhas possui cada uma?
- c) A coleção de João é formada por 5 bonés de times de basquete. Carlos possui, em sua coleção, 4 bonés de times de basquete a mais do que João. A coleção de André possui mais bonés de times de basquete do que as coleções de João e Carlos juntas. A coleção de André é formada por quantos bonés de times de basquete?

Fonte: Trilhas de Aprendizagem 5º ano - 2020 - SME-SP

17. Você pensa ser possível a incorporação desses tipos de problema em suas aulas?
18. Esse tipo de problema promove o ensino da matemática?
19. Entendendo problema como uma proposta onde não temos mecanismos que nos levam à resposta de forma imediata, que é uma situação nova ou diferente para o aluno, você acha que a resolução de problemas pode desenvolver habilidades no aluno?
- 19.1. (Sim) Quais?

ATIVIDADE/EXEMPLO 4

Há dois fios pendurados no teto da sala a certa distância um do outro. Segurando um deles com a mão, não se consegue alcançar o outro com a outra mão. A sua tarefa é amarrar os dois fios. Você dispõe de um dicionário, um grampeador, um copo, uma rã viva e um alfinete. Como você juntaria os dois fios? (Brolezzi, 2014)

Como você enxerga a(s) solução(s) desse problema?

Como imagina a reação de um aluno diante de tal problema?

20. Você acredita que a aplicação de problemas com falta ou excesso de dados possa desenvolver alguma habilidade específica?

20.1 (Sim) Qual?

20.1.2 Qual a importância de tais habilidades no desenvolvimento do aluno?

21. Veja os exemplos de respostas a seguir e responda:

Figura 4

2) Há 26 carneiros e 10 cabras em um barco. Qual a idade do capitão deste barco?

Resolução: Eu acho que não dá para fazer esse problema porque eu não sou adivinha e não sei a idade dele.



Fonte: SANTOS, 2014.

Figura 5

3) Pedro tinha algumas maçãs, deu 4 maçãs para Ana. Quantas maçãs Pedro tem agora?

Resolução: (e) Suponho que ele tinha 10 e deu 4. Então, agora ele tem 6.

Fonte: SANTOS, 2014.

Figura 6



5) Apavorante é uma assombração, ela assusta 13 pessoas na segunda-feira, 25 na quarta-feira e 19 na sexta-feira. Nos outros dias ela descansa e faz tricô. Que dia da semana ela lava seu lençol?

Resolução: porque não diz que dias que faz tricô.

Não dá para responder

Fonte: SANTOS, 2014.

Figura 7



5) Apavorante é uma assombração, ela assusta 13 pessoas na segunda-feira, 25 na quarta-feira e 19 na sexta-feira. Nos outros dias ela descansa e faz tricô. Que dia da semana ela lava seu lençol?

Resolução: Ahá eu não sei porque tem vários dias, mas acho que é lavada assim da hora de acordar até segunda!

Fonte: SANTOS, 2014.

Figura 8

7) Você tem 10 canetas vermelhas em seu bolso esquerdo e 10 canetas azuis em seu bolso direito. Quantos anos você tem?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 1 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \\ + 10 \\ \hline 20 \end{array}$$

R: Eu tenho 9 anos. R: Eu tenho 20 canetas 10 azul e 10 vermelha.

Fonte: SANTOS, 2014.

Figura 9



5) Apavorante é uma assombração, ela assusta 13 pessoas na segunda-feira, 25 na quarta-feira e 19 na sexta-feira. Nos outros dias ela descansa e faz tricô. Que dia da semana ela lava seu lençol?

Resolução:

como eu vai saber se tem domingo, sábado, terça e quinta para ele descansar fazer tricô ou lavar o lençol

Fonte: SANTOS, 2014.

Figura 10

5) Apavorante é uma assombração, ela assusta 13 pessoas na segunda-feira, 25 na quarta-feira e 19 na sexta-feira. Nos outros dias ela descansa e faz tricô. Que dia da semana ela lava seu lençol?

Resolução:

~~X T X Q X S D~~

R: Sabes ela lavasse na domingo só que é o dia mais próximo da segunda.

R: Se faltando informação... mais próximo da segunda.

Fonte: SANTOS, 2014.

Figura 11

7) Você tem 10 canetas vermelhas em seu bolso esquerdo e 10 canetas azuis em seu bolso direito. Quantos anos você tem?

Resolução: Eu tenho 30. Lodia ser uma pergunta tipo: "quantos canecos você tem no bolso?"

Fonte: SANTOS, 2014.

Avaliando as respostas dadas pelos alunos em cada uma das questões, você acredita que o acesso mais frequente a esse tipo de problema poderia fazer com que os alunos desenvolvessem a criatividade? Por quê?

E a criticidade? Por quê?

22. O ensino de Matemática é muitas vezes criticado por “treinar” o aluno a aplicar os algoritmos em exercícios similares promovendo uma aprendizagem mecanizada dessa ciência. Você acredita que com tais tipos de problemas há uma redução nessa mecanização? Por quê?

23. Dentro dos problemas abertos, considerando os problemas com falta ou excesso de dados, você entende ser fácil encontrá-los nos materiais disponíveis na escola?

24. Já buscou, ou buscaria, por eles em algum livro ou conteúdo online?

25. Acredita que o acesso a tais problemas é fácil?

26. Com exceção dos exemplos retirados do material Trilhas de Aprendizagem de 2020, você já havia encontrado tais problemas nos materiais utilizados em sala de aula?

27. Você gostaria de ter acesso a uma formação com maneiras e exemplos da utilização de tais problemas? E de um material escrito sobre eles?

Agradeço a sua participação e colaboração com esta pesquisa e me comprometo com a divulgação do resultado final deste trabalho.

7.6 APÊNDICE F – ROTEIRO DE ENTREVISTA PÓS-ANÁLISE

Olá! Tudo bem?

Gostaria novamente de me apresentar. Sou a Andréa, professora de Matemática da rede municipal de ensino da cidade de São Paulo e mestranda do Instituto Federal de São Paulo. Quero agradecer sua participação e colaboração com a minha pesquisa e gostaria de pedir sua autorização para gravar essa entrevista.

Agradeço sua autorização para gravação. Assim como escrito no Termo de Ciência Livre Esclarecido (TCLE), assinado por você na primeira fase dessa pesquisa, esse registro será mantido em sigilo absoluto sobre a sua participação e, caso seja indispensável para a pesquisa, será atribuído um nome fictício a você, sendo sua imagem preservada, impossibilitando o reconhecimento de sua pessoa e/ou da unidade escolar. Quanto aos dados utilizados, todos serão omitidos ou trocados de forma a assegurar o necessário sigilo, com tempo de guarda de 5 (cinco) anos, conforme a legislação. Após o prazo legal de guarda, todo o material produzido na coleta de dados será fragmentado e descartado e os registros eletrônicos descartados.

Identificação do professor, com apresentação breve de formação.

Como você enxerga o ensino/aprendizado na disciplina de Matemática hoje?

Você acha isso um problema? Você acha que existe um ensino e/ou aprendizado mecanizado?

Como você se desvia ou tenta se desviar disso?

Na primeira fase desse projeto você respondeu a um formulário com algumas questões e lá tratamos um pouco sobre problemas não rotineiros, como os com falta ou com excesso de dados.

Você se recorda? Poderia explicar melhor sua opinião sobre tais problemas?

A Ball (2008), após análise das categorias propostas por Shulman (1986), propõe os “Domínios do Conhecimento Matemático”, por meio do qual Silva e Santos (2014) criam um cata-vento (projeção).



Figura 4 - DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO (SILVA, SANTOS, 2014, p. 50)

Utilizando esses domínios, vamos observar 2 problemas não rotineiros projetados na tela. (Projeção com a análise e catavento de cada um)

Com essa análise que fizemos agora, você acredita que esses problemas podem desenvolver conhecimentos matemáticos?

Acredita que tais problemas poderiam minimizar a mecanização no ensino de Matemática e também promover habilidades como criatividade e criticidade, além de resolução de problemas? Por quê?

Em relação a esses problemas, você lembra de se deparar com eles em sua formação inicial, formação continuada ou até mesmo em materiais disponíveis para planejamento de suas aulas?

Após a primeira fase dessa pesquisa e agora, com essa conversa, acredita que tais problemas seriam interessantes de se trabalhar no ensino básico?

Gostaria de ter acesso a uma formação sobre tais problemas?

Agradeço a sua participação e colaboração com esta pesquisa e me comprometo com a divulgação do resultado final deste trabalho.