



DEBORA DA CONCEIÇÃO FERREIRA

O desenvolvimento do pensamento funcional no ensino médio e práticas de ensino para superação de defasagens de aprendizagem.

São Paulo

2023

DEBORA DA CONCEIÇÃO FERREIRA

O desenvolvimento do pensamento funcional no ensino médio e práticas de ensino para superação de defasagens de aprendizagem.

Dissertação submetida ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Wellington Pereira das Virgens

São Paulo

2023

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catalogação na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

f383d	<p>Ferreira, Debora da Conceição</p> <p>O desenvolvimento do pensamento funcional no ensino médio e práticas de ensino para superação de defasagens de aprendizagem. / Debora da Conceição Ferreira. São Paulo: [s.n.], 2023. 121 f.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. Wellington Pereira das Virgens</p> <p>Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2023.</p> <p>1. Ensino de Matemática. 2. Funções. 3. Defasagem de Aprendizagem. 4. Thc. 5. Superação. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.</p> <p>CDD 510</p>
-------	---

DEBORA DA CONCEIÇÃO FERREIRA

O desenvolvimento do pensamento funcional no ensino médio e práticas de ensino para superação de defasagens de aprendizagem.

Dissertação apresentada e aprovada em 04 de dezembro de 2023 como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Wellington Pereira das Virgens
IFSP – *campus* São Paulo
Orientador e Presidente da Banca

Profa. Dr.^a. Amanda Cristina Teagno Lopes Marques,
IFSP – *campus* São Paulo
Membro da Banca

Profa. Dr.^a. Irajá de Oliveira Romeiro
Universidade Federal de São Paulo
Membro da Banca

Dedico esta dissertação a todos estudantes que anseiam por um futuro melhor, em especial aqueles que me acompanharam nesta jornada.

A todos os professores e professoras que lutam para que a escola seja lugar com mais equidade, esperança e paz.

AGRADECIMENTOS

Chegando ao final de mais uma etapa da minha vida, com muito esforço, dedicação e empenho, gostaria de agradecer algumas pessoas que foram essenciais nesta jornada.

Primeiramente, agradeço aos meus pais que me ajudaram com as crianças (meus filhos), doando tempo, amor e paciência, enquanto eu estudava.

Aos meus filhos, que mesmo sem entenderem o que acontecia, sempre me deram lindos sorrisos de incentivo.

Agradeço a minhas irmãs e minha sogra, pelo apoio e compreensão nos grandes momentos de ausência. Obrigada família por sempre me desejarem o melhor, mesmo diante de muitos obstáculos. A vocês meu muito obrigada.

Ao meu esposo David Braz, que abdicou do seu tempo para me dar forças e incentivo, sem seu apoio nada disto seria possível. Obrigada por ser meu companheiro de vida.

Minha gratidão ao meu orientador Prof. Dr. Wellington Pereira das Virgens, que foi muito mais que um orientador, tornou-se um grande amigo. Muito obrigada por acreditar nesta mulher e mãe, que mesmo com uma jornada difícil da vida, não me deixou esmorecer, mostrando apoio e confiança quando ninguém mais parecia acreditar. E sim, hoje acredito que pertenço a este espaço.

Um agradecimento especial as amigas do grupo “Vy” Ana, Bárbara, Erica, Fernanda e Roberta por deixarem as disciplinas leves e divertidas.

Ao meu amigo Luiz Fernando, pelo apoio em todos os momentos, pelo incentivo e pela sabedoria, me fazendo acreditar desde a graduação que eu mereço cada conquista e preciso celebrar cada vitória.

As amigas de trabalho Deborah e Erika, com que compartilhei tantas preocupações e aflições durante esta jornada. Obrigada pela amizade linda que estamos construindo.

Agradeço aos meus alunos e alunas, pelas descobertas, risos e superações durante as aulas de matemática. Vocês foram incríveis, guardarei todos no meu coração.

Agradeço a minha psicóloga Alessandra Venturini, por me fazer enxergar que eu posso e devo acreditar no meu potencial, que as lutas nos fazem cada vez mais fortes.

Agradeço também as professoras Dr.^a. Amanda Cristina Teagno Lopes Marques e Dr.^a. Irají de Oliveira Romeiro, membras da banca de qualificação e Defesa de mestrado, por terem aceitado o convite para contribuir com o desenvolvimento deste trabalho.

Por fim agradeço a Deus, Nossa Senhora Aparecida e ao Sagrado Coração de Jesus, por estarem sempre me guiando, iluminando, dando fé e força para que eu nunca desista. Em tudo daí graças (1Ts 5, 18).

O professor, a professora devem ser repletos de sonhos, eles devem ter os melhores sonhos do mundo e devem olhar para cada sujeito em sala de aula a reverberação desses sonhos, a multiplicação desses sonhos. Ao sair de casa para educar educadores, futuros educadores é saber que eu me eternizo. (Bárbara Carine Soares Pinheiro, 2023)

RESUMO

A pesquisa se desenvolveu a partir da compreensão, oriunda das práticas profissionais, de que havia uma desarticulação entre as aprendizagens de matemática dos estudantes e aquilo que era esperado a partir das propostas curriculares oficiais, gerando rupturas nos movimentos formativos e necessidade de *recuperação* de aprendizagens de estudantes ingressantes no ensino médio. Neste cenário, foi necessária a reflexão sobre os saberes matemáticos desenvolvidos em sala, sobretudo após um período de interrupção dos processos presenciais de escolarização, em razão da Pandemia de SARs-COV-2 (COVID-19), o que demandou analisar práticas de ensino desenvolvidas com estudantes do ensino médio, que transitaram por diferentes contextos de aprendizagens, especialmente aqueles vinculados ao ensino remoto, sistemas híbridos e retorno ao ensino presencial, o que, por hipótese, potencializou o surgimento de dificuldades de aprendizagem, em geral, e de matemática, em particular, o que se assemelha a movimentos históricos de acúmulo de defasagens de aprendizagens. Por conta disso, analisamos, a partir do conceito de aprendizagem, o movimento de superação da perspectiva do saber-fazer em favor de movimentos formativos que privilegiam a aprendizagem e promovam, dialeticamente, a superação daquelas defasagens. Nesta perspectiva, a pesquisa foi subsidiada por pressupostos teórico-metodológicos da Teoria Histórico-cultural e da Atividade Orientadora de Ensino que evidenciaram a importância da apropriação, pelos estudantes, de processos de produção do conhecimento para a superação de eventuais defasagens de aprendizagem, em detrimento de perspectivas que tratam de modo linear os processos de ensino e de aprendizagem. A partir dessas premissas, analisamos dados produzidos e coletados a partir de um experimento formativo desenvolvido em uma escola da rede pública estadual, na periferia do município de São Paulo, em que acompanhamos os movimentos de superação de defasagens de aprendizagens pregressas, popularmente conhecido como processo de *recuperação*, envolvendo o desenvolvimento do pensamento funcional, de modo que, durante o processo, foi possível verificar indícios de que os estudantes passaram a compreender que o pensamento funcional é objetivado a partir da compreensão relação biunívoca entre elementos de dois ou mais conjuntos, bem como puderam se apropriar de conceitos e ideias matemáticas apresentados em momentos pregressos que constituíam defasagens de aprendizagem em relação ao currículo oficial. Como produto educacional, foi organizado um material didático de apoio (sequência didática) voltado a professores de matemática da educação básica que pode contribuir para a reflexão sobre as próprias práticas pedagógicas relacionadas ao ensino de funções em uma perspectiva que potencializa, ainda, a superação de defasagens no ensino que tenham sido acumuladas ao longo do tempo.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Funções; Recuperação de aprendizagem; Defasagem de aprendizagem; THC; Superação.

ABSTRACT

The research emerged from the understanding, stemming from professional practices, that there was a disconnection between students' mathematical learning and what was expected based on official curriculum proposals, causing ruptures in formative movements and the need to recover the learning of students entering high school. In this scenario, there was a need for reflection on the mathematical knowledge developed in the classroom, especially after a period of interruption in face-to-face educational processes due to the SARs-COV-2 (COVID-19) pandemic. This demanded an analysis of teaching practices developed with high school students who transitioned through different learning contexts, especially those linked to remote learning, hybrid systems, and the return to face-to-face education, which hypothetically intensified the emergence of learning difficulties in general, and specifically in mathematics. This resembles historical movements of accumulated learning gaps. As a result, we analyzed, through the concept of learning, the movement towards overcoming the perspective of mere procedural knowledge in favor of formative movements that prioritize learning and dialectically promote the overcoming of those gaps. In this perspective, the research was supported by theoretical-methodological assumptions of Historical-Cultural Theory and the Teaching Guiding Activity, highlighting the importance of students appropriating knowledge production processes to overcome potential learning gaps, contrary to perspectives that linearly approach teaching and learning processes. This involved the development of functional thinking, allowing us to observe indications that students began to understand functional thinking as being objectified from the comprehension of the biunivocal relationship between elements of two or more sets. Additionally, they were able to grasp mathematical concepts and ideas presented in previous moments that constituted learning gaps compared to the official curriculum. As an educational product, a supportive didactic material (didactic sequence) was organized for mathematics teachers in basic education. This material aims to contribute to the reflection on their own pedagogical practices related to the teaching of functions, providing a perspective that enhances the overcoming of accumulated teaching gaps over time.

Keywords: Mathematics Teaching; Functions; Learning delay; THC; Resilience.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2: proposta síntese de compreensão sobre função e variáveis	82
Figura 3: Síntese de Episódio 1	86
Figura 4: representação de M_i da diagonal e lados do quadrado	92
Figura 5: síntese do isolado 2	95
Figura 6: síntese geral dos isolados	96

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Instrumentos de Coleta	73
--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
IFSP	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado de São Paulo
PAL	Pensamento Algébrico
PAR	Pensamento Aritmético
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
THC	Teoria Histórico Cultural
SDA	Situação Desencadeadora de Aprendizagem
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
MMM	Movimento Matemática Moderna

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	16
1. DEFASAGENS DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: do recuperar ao superar.....27	
1.1 O trabalho de professores que ensinam matemática.....27	
1.2 A matemática em tempos de pandemia.....31	
1.3 Recuperação x Superação.....34	
2. A THC E A SUPERAÇÃO DAS DEFASAGENS DE APRENDIZAGEM	41
2.1 Sentidos e significados na THC.....46	
2.2 A THC e a teoria da atividade no processo de significação do pensamento funcional 51	
2.3 A THC na sala de aula: a atividade orientadora de ensino - AOE.....56	
3. PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA	61
3.1 Retomando os objetivos.....63	
3.2 A escolha do local da pesquisa e constituição do grupo de alunos.....64	
3.3 O experimento formativo.....68	
3.4 Procedimentos do experimento formativo.....70	
3.5 Metodologia de organização da análise dos dados.....71	
3.6 Instrumentos de coleta e organização dos dados.....73	
4. SUPERANDO DEFASAGENS A PARTIR DOS ESTUDOS DO CONCEITO DE FUNÇÃO	75
4.1 Isolado 1 – Mobilidade Urbana: Um problema modelado pela função afim.....75	
4.1.1 Episódio 1: superação de defasagens em relação a equação polinomial de grau 176	
4.1.1.1Cena 1: sentidos pessoais próximos do conceito de variável77	
4.1.1.2Cena 2: a relação entre variáveis e a superação de defasagens relacionadas à resolução de equações 79	
4.1.1.3Cena 3: consolidação do cálculo envolvendo equações do primeiro grau no contexto dos estudos de funções 84	
4.1.2 Síntese do isolado 1.....86	
4.2 Isolado 2 – Educação Matemática Indígena: o cálculo de área sob a perspectiva Palikur 86	
4.2.1 Episódio 2: Superação de defasagens em relação à equação polinomial de Grau 287	

4.2.2.1Cena 1: relações entre unidades de medida lineares e áreas.....	88
4.2.2.2Cena 2: definição de número irracional	91
4.2.2 Síntese do isolado 2.....	94
4.3 Síntese Geral dos isolados	95
CONCLUSÃO	97
REFERÊNCIAS	99
ANEXO A	104
ANEXO B	106
ANEXO C	108
ANEXO D	110
APÊNDICE A	112
APÊNDICE B	113
APÊNDICE C	117

INTRODUÇÃO

Educação não transforma o mundo. Educação muda pessoas.
Pessoas transformam o mundo. (Freire, 1979, p. 84)

Optamos por iniciar esta introdução com uma epígrafe de capítulo, na qual evocamos uma das teses do patrono da educação brasileira, Paulo Freire, para nos ajudar a sintetizar os movimentos que apresentaremos nesta dissertação de mestrado. Ao rememorar minha trajetória de formação até aqui reconheço vivências experienciadas em uma escola pública periférica, em que as dificuldades de aprendizagem eram apenas um – e, talvez, o menor – dos problemas que enfrentávamos cotidianamente. Faltavam professores, faltava infraestrutura, chegava a faltar formação. À época, como sujeito do processo, não podia avaliar conscientemente o movimento de acúmulo de defasagens, já que o que faltava a mim faltava também a todos ao meu redor. Foi só após o ingresso na graduação que pude me dar conta do tamanho da defasagem que eu precisaria superar.

Mesmo com muitos percalços, ao concluir a graduação, um desafio maior se apresentou: de que formas, enquanto professora, eu deveria atuar para romper com uma lógica perversa que confere ao pobre periférico, a partir da alienação cultural e da privação do conhecimento, um lugar marginalizado e subalterno? Não temos certeza se logramos êxito em buscar responder a esta questão, mas entendemos que, ao buscar responder outras, conseguimos aproximar nossos próprios sentidos do significado social impregnado na citação freireana em epígrafe: no processo de mudança de nossos alunos e de nós mesmos, nos aproximamos mais de uma mudança social significativa.

Após a conclusão da licenciatura, defendendo este caráter emancipatório e humanizador da Educação, passei a atuar como docente da rede pública e na periferia, pois era o meu lugar e onde eu entendia que deveria estar. Simultaneamente, iniciamos o mestrado, junto ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, do campus São Paulo do Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP, onde desenvolvemos a pesquisa que está sintetizada neste texto.

Antes, no entanto, de seguir para a apresentação da pesquisa, com seus objetivos, métodos, análises e resultados, entendemos ser fundamental apresentar melhor o lugar de onde falamos, considerando aspectos de nosso

próprio processo formativo que consideramos importantes para dar contexto à pesquisa – e, conseqüentemente, a este texto.

Como já indicamos, defendemos que educação desempenha um papel fundamental na transformação de vidas, pois modifica a forma como as pessoas enxergam e atuam sobre o mundo à sua volta. Como docente na Rede Pública Estadual de São Paulo desde 2015, acreditamos no poder transformador decorrente de movimentos formativos humanizadores e emancipatórios. Minha jornada na educação, como professora, teve início, ainda durante minha graduação, quando tomei consciência que ensinar matemática vai além da memorização de fórmulas e procedimentos. Passei a reconhecer que os estudantes não eram páginas em branco. Que eles experimentavam vivências que lhes permitiriam superar dificuldades ao aproximarem os sentidos que possuíam dos significados da matemática, tornando-a significativa para cada um deles, alcançando a aprendizagem.

Essa preocupação com os sentidos dos alunos remete às minhas próprias experiências enquanto estudante do ensino médio na escola pública, que, como já indicamos, foram marcadas por dificuldades e rupturas acadêmicas. A ausência de disciplinas essenciais e as limitações estruturais do sistema escolar me expuseram a um ambiente que não proporcionava as mesmas oportunidades que estavam presentes em outros processos escolares que eu testemunhava, como é o caso de conhecidos que puderam estudar em outras instituições, como algumas escolas privadas. Essas lacunas me tornaram vulnerável a um sistema que valoriza a memorização e recompensa apenas os que têm acesso privilegiado a determinados aspectos elitistas da educação.

Paralelamente, minha trajetória rumo à pesquisa acadêmica surgiu não somente da influência dos fatores sociais, mas também do desejo de criar um futuro diferente para mim e para as gerações futuras, especialmente meus filhos. Acredito que a transformação pela educação não é apenas pessoal, mas sim uma visão de mudança social, na qual a educação moldará uma sociedade mais justa e humanizada. Meu compromisso com essa pesquisa sobre como superar defasagens educacionais no ensino médio em escolas públicas dialoga com a necessidade urgente de dialogar sobre mudanças nesse contexto.

O ambiente do ensino médio em escolas públicas enfrenta desafios diversos, onde alguns alunos buscam o ingresso na universidade enquanto

outros, devido a limitações socioeconômicas, encaram o ingresso integral e precoce no, assim chamado, *mercado de trabalho* como única opção. Essa pesquisa se insere num momento crucial para a educação pública, buscando mudanças e reflexões necessárias. Reconheço a importância de compreender o contexto e a realidade de cada aluno para superar as rupturas educacionais, e, ao refletir sobre minha prática, busco incentivar outros professores a fazerem o mesmo.

Como educadora, percebo que estamos lidando não apenas com conteúdos, mas com sonhos e projetos de vida. Um professor detém o poder de transformar a compreensão da matemática, se puder torná-la acessível e significativa. E esse poder confere a cada docente, também, uma enorme responsabilidade, a partir da qual entregará a seus alunos uma ferramenta fundamental para realizar aqueles sonhos e projetos de vida.

Entendemos que esta pesquisa tende a ser relevante para todos os envolvidos na educação, contribuindo para a compreensão da importância da superação de defasagens de aprendizagem, ainda no contexto da escolarização básica, já que, no meu caso, essa superação só aconteceu em razão do privilégio que tive de ingressar em uma boa instituição de ensino superior. É importante que os estudantes, sobretudo aqueles das periferias, tenham a oportunidade de ingressar no ensino superior já munidos de ferramentas que lhes permitam superar lacunas, de modo que a educação possa ser um agente de mudança em suas vidas e na sociedade como um todo.

Ao analisarmos o sistema educacional brasileiro, sobretudo a partir da perspectiva presente nas principais publicações da grande mídia hegemônica, é comum sermos levados à compreensão de que os processos educacionais no nosso país são representativos daquilo que se costuma chamar de *fracasso escolar*. Essa compreensão, no entanto, assim como diversos aspectos presentes em conceitos fundamentados apenas no senso comum, precisa ser problematizada pois carece de uma análise que considere a complexidade dos processos educacionais. É no contexto dessa necessária problematização que colocamos também em pauta as ideias que, geralmente, remetem ao que costumamos chamar de *recuperação*.

Essa problematização passa, por exemplo, pela compreensão de que a ideia, como é mais tradicionalmente utilizada, de *recuperação* remete,

semanticamente, a buscar reaver algo que já se teve e não se tem mais, o que não é o caso quando um estudante deixa de aprender alguma coisa. Se o estudante não aprendeu, não há o que recuperar. No máximo, poderíamos falar em recuperar *oportunidades* de aprendizagem, mas não a aprendizagem em si. Além disso, a ideia de promover processos de recuperação parece remeter a uma perspectiva em que os próprios estudantes são exclusivamente responsabilizados por não terem aprendido e, de certa forma, agora precisam correr atrás do prejuízo, ou seja, *recuperar*.

É por isso que a partir dessa compreensão crítica sobre o que significaria *recuperar*, voltamos nossas atenções para nossas próprias práticas pedagógicas enquanto professora da Educação Básica e da rede pública paulista de ensino. Como poderíamos, no contexto de nossas práticas docentes cotidianas, comprometidas com o ensino e a aprendizagem de matemática, contribuir para que os estudantes pudessem *recuperar* algo que eles nunca tinham aprendido?

A experiência docente ao longo da crise sanitária da Pandemia de Sars-CoV-2 na rede pública estadual, nos mostrou que os processos continuaram acontecendo de maneira desarticulada em relação às aprendizagens reais dos estudantes e as propostas curriculares oficiais, gerando rupturas nos movimentos formativos e demandando movimentos cada vez mais frequentemente evocados como *processos de recuperação de aprendizagens*. No ensino médio, esses processos se intensificaram ainda mais, dada a urgência decorrente da aproximação do encerramento do período que denominamos, no sistema educacional brasileiro, como Educação Básica.

A mera oferta de possibilidades de estudos extraordinários, praticada nas escolas no contexto pós-pandêmico, não nos pareceram ser eficientes para suprir às demandas de superação de defasagens acumuladas ao longo de quase dois anos de estudos remotos ou híbridos, ao mesmo tempo em que passaram a transcorrer processos regulares de ensino que pressupunham uma suposta normalidade no cotidiano escolar, sobretudo quando consideramos as dificuldades de acesso à escolarização por estudantes em condição de vulnerabilidade. De acordo com os dados do último Pnad (IBGE, 2023) houve uma queda na taxa de aprovação do ensino fundamental e médio em 2022 e a taxa de abandono do ensino médio na rede pública alcançou 6,5% em 2022, valor acima do observado em 2019.

A pandemia trouxe inúmeros desafios aos processos de ensino e de aprendizagem, muitas unidades escolares adotaram o modelo de ensino remoto com o uso de plataformas online, aulas por videoconferência e outras não conseguiram aproximar seus estudantes dos processos de aprendizagem, pois nem todos os estudantes tiveram oportunidades de acompanharem as rotinas de ensino remoto emergencial de forma adequada.

Essa vivência nos fez repensar a respeito da escola e do seu papel que remete à ideia de formar cidadãos mais preparados e qualificados para um *novo* tempo, um *novo* mundo, que será construído por eles. Considerando tais premissas, é perceptível que retomar os processos de educação formal, presencialmente – após um processo de interrupção da escolarização presencial – é um desafio para a comunidade escolar em relação à perspectiva de superar as defasagens de aprendizagem.

Neste contexto complexo, queremos analisar os movimentos formativos dos estudantes que potencializaram a superação de defasagens de aprendizagens matemáticas acumuladas ao longo de períodos progressos de escolarização, destacando momentos em que pudemos reconhecer potencialidades para a superação de defasagens de aprendizagem no contexto de práticas de ensino do conceito de função, especialmente as funções polinomiais, promovendo uma reformulação dos processos didáticos que assumam e deem protagonismo às práticas com potencial para promover a superação de defasagens de aprendizagem, após um período de interrupção da escolarização é, de certa forma, uma prática reparatória fundamental para a equidade social dentro do cenário escolar. Não visando apenas que este caráter reparatório tenha como premissa a superação das defasagens como algo benéfico para uma evocada *preparação para o trabalho*, ainda que o trabalho seja uma das formas de exercício da cidadania, mas sim como uma reformulação comprometida com o processo de humanização, que deve ser a essência da formação escolar.

A Teoria Histórico-Cultural (Vygotsky, 2001) nos mostra evidências de que a escola é o local onde acontece boa parte desse processo de humanização, a partir do desenvolvimento dos sujeitos, onde acontecem as relações e apropriação de conceitos científicos e de mundo. É na escola que os sujeitos, de forma mediada, aproximam seus sentidos pessoais dos conceitos científicos.

Complementarmente, o processo de aprendizagem, que é parte integrante da relação entre professores e alunos, na maior parte do tempo, acontece dentro da escola, na sala de aula, e os estudantes, ao participarem de modo consciente deste processo, têm a possibilidade de compreender os ruídos existentes nem seus próprios movimentos de aprendizagem, bem como as possibilidades de superação a partir das relações interpessoais, das situações de aprendizagens propostas para serem desenvolvidas coletivamente e com a mediação dos professores, sempre de modo intencional, a fim de promover o desenvolvimento.

Para atender às necessidades da sociedade relacionadas à educação, os profissionais da educação que atuam na docência, têm tido atribuídas inúmeras responsabilidades que muitas vezes diferem do seu verdadeiro papel e de suas crenças em relação ao ensino. Um exemplo dessas atribuições são os materiais prontos preparados por diversas secretarias da educação dos Estados Brasileiros a fim de unificar o ensino, desconsiderando as práticas existentes em sala de aula e os processos criativos dos professores. As imposições de materiais didáticos produzidos e adotados à revelia dos professores, por muitas vezes, dificulta as conexões e contextualizações que acontecem dentro das salas de aula. Ainda neste cenário, muitas vezes os professores e professoras lidam com as pressões externas e as demandas impostas limitam sua autonomia e liberdade de experimentar métodos de ensino e aprendizagem que ressignifiquem o aprendizado de seus estudantes.

Foi no contexto dessas necessárias problematizações que realizamos nossa pesquisa de mestrado, na qual, a partir de um movimento formativo com estudantes do ensino médio de uma escola pública, localizada na periferia da cidade de São Paulo, pudemos analisar movimentos de superação de defasagens de aprendizagens acumuladas ao longo dos anos de escolarização pregressa daqueles alunos.

Este texto, especificamente, se constitui como síntese da pesquisa em que se buscou analisar os movimentos formativos dos estudantes que potencializaram a superação de defasagens de aprendizagens matemáticas acumuladas ao longo de períodos progressos de escolarização, destacando momentos em que pudemos reconhecer potencialidades para a superação de defasagens de aprendizagem no contexto de práticas de ensino do conceito de

função, especialmente as funções polinomiais. Os dados produzidos no contexto do experimento formativo (Cedro, 2010), que realizamos com os estudantes do primeiro ano do ensino médio, foram analisados à luz dos pressupostos teóricos e metodológicos da teoria histórico-cultural (Vygotsky, 2001) e da teoria da atividade (Leontiev, 1978), em um movimento de pesquisa que permitiu acompanharmos os sentidos dos estudantes em relação a indícios de superação de defasagens de aprendizagem no contexto da atividade de estudos (Leontiev, 1978) do conceito de função.

Diante desse contexto, nossa pesquisa dialoga com práticas de professores que ensinam ou ensinarão matemática, na perspectiva de olhar para o processo de superação das defasagens de aprendizagem, pois por muitas vezes a formação desses professores enfatiza o conhecimento matemático em si, negligenciando conhecimentos didáticos e metodológicos necessários para atender às necessidades dos alunos.

Em relação ao ensino de matemática, a pandemia explicitou a necessidade dos professores se “reinventarem”, adaptando suas práticas - que desenvolviam em sala de aula presencial - para meios virtuais, sendo pressionados a continuar seguindo um currículo oficial engessado. Apesar dos desafios, a pandemia também abriu espaço para uma grande discussão no ensino da matemática, o processo de *recuperação da aprendizagem*.

Dentro deste cenário, é possível perceber, no senso comum, a demanda pelo estabelecimento de processos de *recuperação de aprendizagem*, evocados quando se caracteriza que um estudante possui um *atraso* escolar, em termos de competências e habilidades supostamente não desenvolvidas, considerando seu desempenho acadêmico, geralmente representado por *notas baixas*. Esse suposto *atraso*, que entendemos em nossa pesquisa como *defasagem*, nos permite compreender que práticas exclusivamente expositivas – que, tradicionalmente, já são potencializadoras de defasagens de aprendizagem – não são eficientes para suprir às demandas de superação de defasagens acumuladas ao longo de quase dois anos de estudos remotos ou híbridos, ao mesmo tempo em que transcorrem processos regulares de ensino que pressupõem uma suposta *normalidade* no cotidiano escolar, sobretudo quando consideramos as dificuldades de acesso de estudantes em condição de vulnerabilidade.

Destacando a importância do pensamento matemático no processo de formação dos estudantes durante o ensino médio, há um momento crítico em que as defasagens acumuladas podem se tornar irreversíveis devido ao encerramento da respectiva etapa escolar. Portanto, são necessárias ações formativas que permitam o desenvolvimento dos estudantes a partir da aprendizagem, como proposto por Vygotsky (2001).

Ainda tratando da teoria proposta por Vygotsky (2001), ao desenvolver modos gerais de pensamento, como o pensamento funcional, os estudantes desenvolvem a partir da aprendizagem capacidade de generalizar, comparar grandezas, controlar quantidades e compreender fenômenos de deslocamento, entre outras capacidades. Essa compreensão têm o potencial de superar defasagens de aprendizagem, não apenas aquelas decorrentes do contexto da pandemia, mas também de forma geral.

Nesse sentido, é importante proporcionar aos estudantes oportunidades de compreender a matemática além da aplicação de fórmulas ou procedimentos. Isso envolve promover uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, estimulando o pensamento crítico, a resolução de problemas e a capacidade de aplicar o conhecimento matemático em diferentes situações.

As ações formativas devem envolver abordagens pedagógicas que valorizem a participação ativa dos estudantes, a interação social e a construção coletiva do conhecimento. É importante também considerar as necessidades e interesses dos estudantes, proporcionando contextos significativos e desafiadores para a aprendizagem da matemática.

Dessa forma, devemos reconhecer que o desenvolvimento do pensamento matemático no processo de formação dos estudantes é fundamental. Propor ações formativas que desenvolvam habilidades matemáticas mais amplas, baseadas no pensamento funcional e na compreensão dos conceitos, pode contribuir para a superação das defasagens de aprendizagem, tanto as relacionadas ao contexto da pandemia quanto as gerais.

Nesta perspectiva, o desenvolvimento do pensamento funcional, apresenta aos estudantes diferentes abordagens matemáticas ressignificando o ensino com base nos pressupostos teóricos da THC, que valorizam a história, a cultura e a compreensão da educação a partir, por exemplo, de situações

desencadeadoras de aprendizagem (Moura e Lanner Moura, 2008), especialmente aquelas caracterizadas como situações emergentes do cotidiano (Virgens, 2019). Esse movimento precisa ser consciente, de acordo com os pressupostos da THC, pois promove a aprendizagem que, por sua vez, se constitui como força motriz para o desenvolvimento (Vygotsky, 2001), o que evidencia a importância de suscitar necessidades e explorar potencialidades de todos os estudantes, valorizando a equidade, a diversidade e a participação ativa, adaptando as estratégias de ensino para garantir que todos os estudantes tenham acesso ao aprendizado e possam se engajar de forma significativa¹.

Entendemos que a lacuna sobre as formas de superação de defasagens de aprendizagem acumuladas, bem como a desarticulação entre as aprendizagens consolidadas por estudantes e as expectativas presumidas a partir dos documentos curriculares oficiais, nos permitem verificar, a partir de nossas práticas nas escolas de educação básica da rede pública de São Paulo, que há um silêncio das principais perspectivas metodológicas de ensino a respeito, especificamente, de um processo de desenvolvimento integral dos estudantes, incluindo em suas premissas aspectos a respeito de um processo de recuperação de aprendizagem, de modo que possibilite ao estudante compreender que o processo de construção do saber decorre no seio da prática e de modo contínuo. Essa constatação justifica não apenas a proposição dos movimentos de ensino que sintetizamos em nosso produto educacional, apresentado como apêndice neste texto, como também a pesquisa que analisou os dados resultantes do efetivo desenvolvimento da referida proposta, que sintetizamos nesta dissertação.

De acordo com os dados obtidos a partir do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB (*apud* Riveira, 2022) a nota relacionada ao ensino médio reflete taxas maiores de abandono da escola pelos alunos e desempenhos piores nas provas e que durante a pandemia, esta etapa de ensino foi a mais afetada. Neste processo, se tomássemos a uma análise a apropriação dos conceitos matemáticos dentro de um contexto pós-pandemia, chegaríamos, provavelmente, à conclusão de que o modelo de ensino remoto

¹ Mais adiante neste texto, no subcapítulo 2.1, discutiremos os conceitos de sentidos e significados na perspectiva teórica que subsidia nossa análise, a THC, de modo a apresentar nossa compreensão do que significa um engajamento significativo dos estudantes.

não pareceu dar conta da apropriação de muitos conceitos referentes à educação matemática e, mais do que isso, aprofundou defasagens que, historicamente, já se verificavam nas rotinas escolares em relação ao ensino e à aprendizagem de matemática.

Mesmo antes da covid-19, redes estaduais que atendem alunos mais pobres tiveram notas piores, pois há uma relação entre situação socioeconômica dos alunos e o desempenho. Se isso já era verdade antes da pandemia, os últimos dois anos ajudaram a escancarar as desigualdades, com problemas como a falta de acesso à internet para acompanhar as aulas, que serão refletidos nos números do Ideb. (Riveira, 2022, s/p.)

Pensando em todo contexto social vivido nos últimos anos e em uma educação que promova equidade, superação e promoção do conhecimento, desenvolvemos a pesquisa que analisa o movimento formativo que incorpora as premissas da THC, contextualizado por uma sequência didática que potencializa a superação das defasagens de aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento funcional a partir do processo de ensino do conceito de funções (VYGOTSKY, 2001). O experimento formativo, por sua vez, buscou desenvolver práticas de ensino que se constituam como força motriz para o desenvolvimento do pensamento funcional de modo que os estudantes possam, inclusive, superar defasagens de aprendizagem de conteúdos não aprendidos em períodos de escolarização pregressa, inclusive no contexto do ensino remoto emergencial, híbrido ou outras eventuais interrupções do processo de escolarização.

Considerando tal perspectiva, podemos sintetizar nosso problema de pesquisa da seguinte forma: como práticas de ensino intencionalmente organizadas por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento funcional, podem potencializar movimentos de sentidos pessoais de estudantes que possam constituir indícios de apropriação de significados que apontem para a superação de defasagens de aprendizagem de estudantes do ensino médio?

Destacamos ainda nosso olhar para o pensamento funcional, que desempenha um papel importante na aprendizagem matemática, possibilitando aos alunos compreenderem as relações, na identificação dos padrões e na aplicação dos conceitos matemáticos a situações do mundo real. Ao trabalhar com funções, desenvolvendo o pensamento funcional, os alunos desenvolvem habilidades de raciocínio lógico, entendendo como mudanças em uma variável

afetam outras. Essa capacidade é valiosa não apenas na matemática, mas em várias áreas da vida.

Em busca de organizar os resultados que buscam responder a tal questão, este texto, além desta introdução, está dividido em quatro capítulos que descrevem o percurso teórico-metodológico e experimental referente à pesquisa. No primeiro capítulo apresentamos considerações a respeito do trabalho de professores e professoras que ensinam matemática no Brasil, em que buscamos apresentar elementos gerais sobre a atuação destes profissionais, sobretudo em relação aos processos reconhecidos como *recuperação da aprendizagem*.

No segundo capítulo, apresentamos, em linhas gerais, conceitos importantes na perspectiva da THC que consideramos relevantes para a análise do processo de superação das defasagens de aprendizagem, bem como tratamos da Teoria da Atividade, evidenciando os conceitos de sentidos pessoais e de significados sociais que subsidiam nossa análise sobre os sentidos dos estudantes durante o desenvolvimento do pensamento funcional.

No capítulo três, apresentamos os aspectos metodológicos da pesquisa, apresentando os sujeitos participantes, o contexto, os encontros e as ações realizadas. No capítulo quatro, analisamos os dados produzidos e coletados à luz do referencial teórico e metodológico.

Por fim, apresentamos as conclusões a respeito do movimento de superação das defasagens dos estudantes e do desenvolvimento do pensamento funcional.

1. DEFASAGENS DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: DO RECUPERAR AO SUPERAR

Neste capítulo tratamos do trabalho de professores e professoras que ensinam matemática no Brasil, abordamos aspectos relacionados à atuação desses profissionais no contexto pandêmico e discutimos, ainda que em linhas gerais, elementos relacionados às relações entre a formação e as compreensões sobre os processos tradicionalmente denominados como *recuperação de aprendizagem*.

1.1 O trabalho de professores que ensinam matemática

A matemática, aqui compreendida como disciplina que compõe o currículo escolar da educação básica, é tão complexa quanto desafiadora e seria paradoxal se os processos de ensino e de aprendizagem dessa disciplina pudessem ser apresentados de forma simples. Todas as tentativas de simplificar um tema tão complexo está fadada à superficialidade e ao equívoco. Ao enfrentar o desafio de ensinar matemática, é fundamental que professores compreendam essa complexidade como um fator desafiador, mas também como o que torna essa disciplina tão rica e estimulante. Mas o que fazer quando, durante as práticas de ensino, nos deparamos com estudantes que *não sabem* o que, julgamos, eles já deveriam saber?

Atualmente os problemas enfrentados nas escolas são comuns, relacionados às dificuldades de aprendizagem, principalmente quando tratamos do que diz respeito aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática; dentre eles destaca-se: falta de motivação dos alunos para aprender; desinteresse pela maioria dos conteúdos ministrados; a ineficácia de estratégias metodológicas tradicionalistas para a abordagem de conteúdos; e dificuldades em associar conteúdos matemáticos aos estudos de outras disciplinas e às necessidades do cotidiano. (Masola e Allevato, 2019, p. 52).

No Brasil, os cursos de licenciatura são ofertados desde a década de 1930, porém só foram oficializados a partir da Lei 5.692/1971, que modificou a primeira Lei de Diretrizes e Bases – LDB da educação brasileira (Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961). Um recorte histórico, é que a Lei de 1971 dava ênfase à transmissão de conhecimentos de forma verticalizada e pouco contextualizada, visto que esta abordagem do ensino estava alinhada com a

Ditadura Militar que governava o país na época, buscando formar mão de obra para atender às demandas do mercado de trabalho.

Nessa mesma lei, o curso de nível superior em educação, na modalidade licenciatura, foi designado como requisito obrigatório para atuação no contexto curricular na formação de professor. Esses cursos tinham, e ainda têm, como objetivo preparar os futuros professores com conhecimentos específicos da área em que irão atuar, bem como fornecer as competências pedagógicas necessárias para a prática docente. Em relação ao curso de Licenciatura em Matemática, atualmente é oferecido por instituições de ensino superior, como universidades e faculdades, e deve seguir as diretrizes estabelecidas pelo Ministério da Educação (MEC) e pelo Conselho Nacional de Educação (CNE).

A formação de professores de matemática no Brasil passou por diferentes transformações ao longo do tempo. As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) são um conjunto de diretrizes estabelecidas pelo Ministério da Educação (MEC) que orientam a formação de professores em todo o país.

Em relação a estrutura curricular, para formação do professor de matemática, o curso pode variar entre as instituições de ensino, mas geralmente possui uma composição semelhante, abrangendo disciplinas relacionadas à Matemática, à formação pedagógica e ao estágio supervisionado. É importante ressaltar que as grades curriculares e a carga horária do curso de Licenciatura em Matemática podem variar entre as instituições de ensino.

Uma das perspectivas formativas oferecidas por um grande período histórico (e ainda presente em algumas instituições de ensino até hoje) remete ao curso de licenciatura em Matemática na estrutura “3+1”. No curso de Matemática 3+1 o estudante realiza três anos de estudos em um curso de bacharelado em Matemática e, em seguida, mais um ano de estudos em um curso de complementação pedagógica ou em uma licenciatura específica. Essa modalidade de curso visa atender à demanda por professores de Matemática, permitindo que os estudantes obtenham uma formação na área da Matemática por meio do Bacharelado, e em seguida complementam seus estudos com disciplinas específicas voltadas para a formação pedagógica.

A partir dessa opção de organização tornou-se recorrente que os bacharéis em matemática (matemáticos) complementassem suas formações com mais um ano de “formação pedagógica” e passassem a atuar como professores licenciados. Essa característica, claro, teve

influência na constituição de uma cultura escolar que prioriza aspectos formais da matemática (próxima daquela praticada por cientistas), em desfavor da constituição de um saber matemático propriamente escolar. É nesse contexto que, sobretudo após a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, em 1988, constitui-se um debate sobre o papel do matemático e do professor de matemática – ou melhor, do educador matemático – no âmbito das práticas educativas no país. (Virgens, 2019, p. 34)

Diferente da modalidade “3+1”, o curso de Licenciatura em Matemática deveria ser uma formação específica para aqueles que desejam, exclusivamente, tornarem-se professores de Matemática. A estrutura do curso pode variar entre as instituições de ensino, mas geralmente possui uma composição abrangendo disciplinas de formação pedagógica. Merece nosso destaque a formação do professor de matemática contextualizada pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM) que foi uma abordagem pedagógica que emergiu nas décadas de 1950 e 1960, buscando reformular o ensino da matemática com base em novas perspectivas teóricas e metodológicas. Seu objetivo principal era proporcionar aos alunos uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, em vez de apenas ensinar procedimentos mecânicos (Búrigo, 1980).

Nesse movimento, ainda de acordo com Búrigo (1980), a compreensão conceitual era valorizada, sendo os estudantes incentivados a explorar e descobrir conceitos via atividades práticas e com resolução de problemas. No cenário do MMM defendia-se construir significados matemáticos pelas representações dos próprios estudantes, relacionando estas situações com o mundo a partir da experimentação.

Pode-se mesmo dizer que na última década muita coisa importante foi registrada aqui no Brasil com relação a novos currículos de Matemática em oposição aos tradicionais regidos, simplesmente calcado em modelos de outros países, sem levar em conta a nossa realidade. (...) Foi modificado -no bom sentido –o panorama geral do ensino brasileiro relativamente ao ensino de Matemática, até então considerada ‘truculenta’ e inacessível à maioria dos alunos, para uma Matemática Moderna, cheia de atrativos, de livros didáticos coloridos e de uma avaliação mais flexível no caráter integrativo preconizado pela lei maior 5692. (Sangiogi, 1976, *apud* Búrigo, 1980, p. 223).

O MMM evocava o signo da modernidade, explícito no nome atribuído ao movimento, para defender uma abordagem supostamente integrada entre a matemática e a realidade, a partir de práticas de ensino que evocavam uma

matemática aplicável em situações do cotidiano, sobretudo no contexto do mundo do trabalho, o que aproximou sensivelmente as ideias defendidas pelo MMM de pesquisadores e políticos liberais e alinhados à burguesia. No entanto, ironicamente, as ideias do MMM, que defendia a importância de uma Matemática a serviço das práticas, foram sendo superadas à medida que, de acordo com Novaes, Pinto e França (2008), passou a enfrentar críticas relacionadas aos seus resultados práticos. Alguns argumentavam que a abordagem era excessivamente abstrata e que os alunos não estavam recebendo uma base sólida em cálculos básicos e procedimentos. As aulas eram centradas em uma abordagem mais técnica, com ênfase no domínio dos conteúdos matemáticos e na transmissão de conhecimentos aos alunos e alunas.

Após o Movimento de Matemática Moderna houve várias fases na formação de professores de matemática e no ensino da disciplina no Brasil. É importante ressaltar que essas transformações não ocorreram de forma homogênea em todo o país, e diferentes estados e instituições de ensino tiveram suas abordagens específicas. O Brasil passou por várias reformas educacionais nas décadas seguintes ao MMM. Um marco importante foi a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996, que introduziu novas diretrizes para a educação e enfatizou a necessidade de uma formação docente sólida e contínua. Os currículos dos cursos de licenciatura em matemática foram revisados e atualizados em conformidade com as diretrizes nacionais. Houve um esforço para alinhar a formação de professores com as demandas contemporâneas do ensino de matemática.

A integração da tecnologia na educação, incluindo o uso de recursos digitais e ambientes virtuais de aprendizagem, passou a receber atenção significativa no contexto da formação de professores que ensinam matemática. É importante ressaltar que as práticas que visam a formação de professores, de modo geral, que ensinam matemática, em particular, são processos contínuos e dinâmicos e que a Educação Matemática no Brasil continua a se desenvolver, em resposta às necessidades da sociedade, às mudanças nas diretrizes educacionais e às pesquisas em andamento na área.

1.2 A matemática em tempos de pandemia

Os saberes matemáticos, como todas as formas de conhecimento, são fundamentais para o desenvolvimento pessoal e profissional das pessoas. A matemática possui aplicações práticas em diversas áreas da vida e é uma ferramenta essencial para o pensamento crítico, o raciocínio lógico e a resolução de problemas. A apresentação de conteúdos matemáticos de forma contextualizada, conforme os princípios da Base Nacional Comum Curricular, ou seja, relacionando a matemática a situações concretas e práticas relevantes para os estudantes, é uma abordagem pedagógica que muitos autores veem recomendando nas últimas décadas.

Neste sentido, a contextualização ajuda os alunos a compreenderem os conceitos matemáticos em um contexto real, o que pode levar a uma compreensão mais profunda. Eles podem aplicar o que aprendem a problemas reais e tomar decisões informadas.

Quando pensamos na premissa da superação, na apresentação de conteúdos matemáticos no ensino médio, estamos tratando de um processo consciente que incorpora as defasagens de aprendizagem de modo contextualizado. Isso não significa que os conceitos abstratos sejam negligenciados, mas sim que eles são apresentados e explorados de maneira mais concreta, relacionando-se a exemplos e aplicações do mundo real. Essa abordagem ajuda a superar a visão de que a matemática é apenas um conjunto de fórmulas e procedimentos abstratos, tornando-a mais acessível e significativa para os estudantes.

Na perspectiva histórico-cultural e da teoria da atividade, é de fato fundamental que tanto o estudante quanto o professor estejam envolvidos em atividades de estudo e ensino. A premissa subjacente é que o objetivo principal da atividade docente é promover a aprendizagem dos estudantes. No entanto, é válido destacar que algumas práticas de formação de professores de matemática têm se concentrado excessivamente nos processos de apropriação da própria matemática, muitas vezes considerando-a como um fim em si mesma.

Por outro lado, quando o conhecimento teórico é disponibilizado aos docentes, isso também não garante sua concretização pois em parte depende de fatores estruturais internos e externos da vontade do querer fazer do entendimento e processamento das informações e

pesquisas já realizadas, e da sua conseqüente transposição didática para o cotidiano das salas de aulas. Penso que muitas teorizações não resultam em articulações teórico-práticas distanciando-se demais da realidade educacional e de seus desafios emergentes, contextualizados em determinado tempo e espaço (Tavares, 2008, p. 30).

A transformação do conhecimento teórico em prática eficaz na educação é um processo complexo e desafiador que envolve uma série de fatores. A disponibilidade de conhecimento teórico para os professores não garante automaticamente sua concretização na prática educacional. Há uma série de fatores estruturais, desafios e complexidades envolvidos na transformação de teoria em prática eficaz na sala de aula e caso essa transformação não aconteça, pode resultar em uma ênfase desproporcional na transmissão de conhecimentos matemáticos, negligenciando os processos de ensino e aprendizagem da docência em si.

Com isso entendemos que o saber matemático é um saber necessário para o desenvolvimento pessoal e profissional. Assim, um recorte temporal da nossa pesquisa é o ensino de matemática após o período de pandemia, visto que houve a interrupção da escolarização e entendemos que é necessário que os processos sejam voltados para a implementação de propostas educacionais diretamente ligadas à realidade desses estudantes.

O conhecimento matemático é cada vez mais necessário ao desenvolvimento das pessoas devido as inúmeras transformações do mundo. Agir sobre o mundo e reconhecer as alterações no próprio desenvolvimento, decorrentes dos processos de aprendizagem, são aspectos fundamentais para o exercício da cidadania. (Ferreira, 2021, p. 27)

Nesse cenário de interrupção, a formação do professor de matemática, de modo geral, não consegue abarcar as necessidades de um processo de recuperação de aprendizagem. A interrupção das aulas presenciais devido à crise sanitária resultou em uma série de desafios para o contexto educacional. Muitos estudantes enfrentaram defasagens de aprendizagem significativas, uma vez que não puderam acompanhar adequadamente as atividades realizadas durante o ensino remoto emergencial. Essa situação revelou a invisibilidade de uma parcela de estudantes que não teve acesso adequado às rotinas de ensino a distância.

Os professores viram-se diante da necessidade de se adaptar rapidamente e *reinventar* suas práticas pedagógicas para atender aos alunos virtualmente. No entanto, muitos desses profissionais não receberam formações adequadas para lidar com esse novo contexto de ensino remoto. Apesar das dificuldades, eles foram pressionados a continuar seguindo um currículo oficial muitas vezes engessado, que não considerava as particularidades e as necessidades dos estudantes naquele momento de crise. No Estado de São Paulo, tomado como exemplo, a Resolução Seduc 45, de 20/4/2020 – Orientações para retomada das atividades, oficializou a retomada das aulas durante o período pandêmico, orientando os professores ao uso do aplicativo Centro de Mídias SP e TV Educação, no qual a tarefa dos profissionais era dar suporte aos alunos em eventuais dúvidas e elaborar atividades relacionadas ao conteúdo que foi ministrado pelos professores via aplicativo.

Essa pressão para manter o currículo oficial pode ter limitado a flexibilidade dos professores em explorar novas estratégias de ensino mais adequadas ao ambiente virtual. Além disso, a falta de formação específica para o ensino remoto pode ter gerado insegurança e dificuldades adicionais para os educadores, que precisaram aprender a lidar com ferramentas tecnológicas, planejar aulas remotas e buscar formas de engajar os alunos à distância. É importante reconhecer os esforços dos professores em adaptar suas práticas e tentar atender às necessidades dos alunos nesse contexto desafiador, considerando as demandas e realidades dos estudantes afetados pela crise sanitária ou por outros fatores que levaram a interrupção da escolarização.

No estudo do desenvolvimento humano a partir da perspectiva da THC, e analisando os processos metodológicos durante a pandemia do vírus Sars-COV-2, mais conhecida como *COVID-19*, agravou sobremaneira os já grandes desafios para o ensino de matemática. A necessidade de distanciamento social forçou a transição das aulas presenciais para contextos de ensino remoto emergencial, o que exigiu dos profissionais da educação a adaptação de suas práticas pedagógicas para o ambiente virtual. Nesse contexto, infelizmente, muitos estudantes foram privados ainda mais de rotinas de estudos - quer seja pelas dificuldades que já possuíam em relação aos conteúdos escolares, quer seja pela falta de acessibilidade aos meios pelos quais as aulas estavam circulando, ou mesmo em razão de condições econômico-financeiras que se

agravaram para pior durante a Pandemia - o que potencializou ainda mais as defasagens de aprendizagem que já eram evidentes nas rotinas escolares. Com o fim da Pandemia, o problema da defasagem, que sempre esteve presente no dia a dia das escolas, se agravou.

Analisando o contexto das escolas públicas, ao adotar um modelo de ensino remoto emergencial, exigiu-se que educadores, alunos e famílias se adaptassem à *nova* realidade, que incluía a necessidade de repensar processos organizacionais, tecnologias e métodos de ensino. Todavia, o caráter emergencial dificultou esses processos de modo que professores, que nem sempre receberam formações que valorizassem os chamados processos de *recuperação*, passaram a ter que ensinar remotamente. Essa necessidade evidenciou um aprofundamento das desigualdades e, conseqüentemente, colocou em pauta a necessidade de discutirmos e compreendermos o que significa a demanda por promover processos de *recuperação*.

1.3 Recuperação x Superação

O modelo emergencial intensificou a falta de interação social, a ausência da mediação por parte da grande maioria dos professores e, por muitas vezes, a motivação ou acessibilidade dos estudantes. Se, por um lado, durante este processo, os educadores buscavam adaptarem-se às novas demandas, por outro lado, ficava cada vez mais evidente o enorme abismo social que perpassa a vida de muitos adolescentes em idade escolar, sobretudo na escola pública, seja pela falta de acesso a dispositivos, conectividade e nas suas relações pessoais.

Para piorar, com a retomada das atividades presenciais, muitas das rotinas características do ensino tradicional - assim entendidos aqueles processos que se fundamentam em aulas exclusivamente expositivas e modelares cujos conteúdos devem ser *absorvidos* pelos estudantes a partir de lições apresentadas na lousa a serem copiadas e reproduzidas pelos estudantes - voltaram a estruturar algumas práticas docentes e as defasagens de aprendizagem, que se agravaram durante a pandemia, foram sendo naturalizadas sob o rótulo de *dificuldades de aprendizagem que os estudantes sempre teriam tido*.

E essas *dificuldades de aprendizagem* por muitas vezes dentro de um modelo de ensino engessado, remete a ideia de recuperação. Semanticamente a ideia de recuperar remete a algo que já se teve e não se tem mais, o que não é o caso quando um estudante deixa de aprender alguma coisa. No cenário atual, três modelos de processos de recuperação são apresentados à comunidade escolar: a recuperação contínua, paralela e o reforço escolar.

A recuperação escolar, também conhecida no contexto educacional como reforço ou recuperação de aprendizagem, pode ser reconhecida como sendo o conjunto de estratégias e intervenções educacionais supostamente projetadas para ajudar alunos que apresentam dificuldades para atingir objetivos de aprendizagem estabelecidos em documentos curriculares para sua série ou nível de ensino.

Essas dificuldades podem resultar em lacunas no conhecimento ou defasagens em relação ao currículo prescrito (Sacristán, 2013). Entendemos que a recuperação escolar não deve se limitar a um mero aspecto técnico do cotidiano escolar. Ela é uma prática que abrange diversas esferas, amplas e complexas da educação. Isso porque a recuperação escolar não é apenas uma resposta a defasagens de aprendizagem, mas também reflete princípios legais, que variam de acordo com as legislações, federal e estaduais, e fundamentações teóricas que servem como diretrizes para sua implementação. No geral, ela é vista como um processo para ajudar os alunos a superar lacunas na aprendizagem, estando intrinsecamente ligada a conceitos e suas intervenções variam de acordo com as necessidades dos alunos.

A Lei 5.692/71, que era a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional no Brasil até a promulgação da Lei 9.394/96, estabelecia em seu artigo 14 que os alunos com aproveitamento insuficiente poderiam obter aprovação por meio de estudos de recuperação, que eram proporcionados obrigatoriamente pelo estabelecimento de ensino. No entanto, esse conceito de recuperação estava mais associado à aprovação dos alunos do que à aprendizagem efetiva e à apropriação de conhecimentos.

Já a Lei 9.394/96, atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), defende premissas que podem ser reconhecidas como sendo mais centradas na aprendizagem e na qualidade da educação. Ela enfatiza a importância de garantir que os alunos adquiram competências e habilidades

necessárias em cada etapa de ensino, em vez de apenas passar de ano. Essa ideia inaugurou uma mudança de paradigma na compreensão do que seria a recuperação escolar, com um foco maior na aprendizagem e na superação de defasagens.

Dessa forma, entendemos que o conceito de recuperação escolar se desenvolveu historicamente, passando de uma abordagem voltada principalmente para a promoção dos alunos em um sistema seriado tradicional e passou a considerar premissas mais centradas na apropriação de conhecimento e na eventual superação das defasagens.

Em relação ao ensino de matemática as necessidades de superação de defasagens são reconhecidas, mesmo no senso comum. De acordo com Mato Grosso (2000), a matemática tem suas raízes nas necessidades cotidianas das pessoas, que exigiam competências como medição, cálculo, contagem e organização espacial. Ao longo do tempo, essa disciplina evoluiu continuamente, sendo construída e refinada, e seus princípios têm sido transmitidos de uma geração para a seguinte. Isso é o que caracteriza a matemática ensinada nas escolas como *conhecimento*. O conhecimento matemático está intrinsecamente ligado a uma variedade de habilidades essenciais em diversas atividades, servindo como uma das bases essenciais para a aquisição de um raciocínio lógico e organizado, pensamento crítico e a capacidade de abstração.

Masola e Allevato (2019, p. 54) indicam que "no caso da Matemática, os alunos devem aprender os conteúdos dessa disciplina com compreensão, produzir ativamente novos conhecimentos a partir de seus conhecimentos prévios". No entanto:

[...] Infelizmente, a aprendizagem sem essa compreensão tem sido um resultado bastante comum no ensino da Matemática. De facto, a aprendizagem sem compreensão tem se revelado um problema persistente desde, pelo menos, a década de 30 e tem sido objeto de uma diversidade de debates e pesquisas, realizadas por psicólogos e educadores ao longo dos anos [...]. A aprendizagem da Matemática [...] exige compreensão e capacidade de aplicar procedimentos, conceitos e processos. No século vinte e um, deverá esperar-se que todos os alunos compreendam e sejam capazes de aplicar seus conhecimentos em Matemática. (NTCM, p. 21, *apud* Masola e Allevato, 2019, p. 54).

Quando a complexidade do conhecimento e das práticas de ensino de matemática não são objeto da consciência de estudantes e professores, entendemos que os desafios inerentes aos processos de ensino e de

aprendizagem se intensificam substancialmente, potencializando o que estamos chamando de *defasagem de aprendizagem*.

As defasagens de aprendizagem referem-se à diferença entre o conhecimento efetivamente apropriado pelos estudantes e aquilo que se esperaria que eles já soubessem quando levamos em consideração recortes específicos do currículo escolar. Essas defasagens podem decorrer de muitas variáveis, mas certamente têm impactos significativos para o desenvolvimento dos estudantes. Entendemos que as defasagens não estão restritas a nenhuma disciplina em particular; elas podem afetar diversas áreas do currículo, incluindo a leitura, a matemática e as ciências.

Uma das causas mais comuns de defasagens de aprendizagem é a desigualdade de oportunidades educacionais. Estudantes que enfrentam barreiras socioeconômicas, como falta de acesso a recursos educacionais adequados e de qualidade, tendem a ficar para trás em relação aos colegas mais privilegiados economicamente. Além disso, fatores como a qualidade do ensino, as condições da escola, o apoio familiar, alimentação e a motivação de estudantes e professores desempenham um papel importante para a constituição de defasagens de aprendizagem.

Defendemos que, mais do que recuperar *oportunidades* para que aprendizagens não consolidadas em contextos progressos de escolarização, possam ocorrer, é necessário *superar* um ciclo vicioso que leva aqueles estudantes que apresentam defasagens de aprendizagem a estarem sempre um passo atrás em relação aos demais. Ao referirmo-nos a um tal ciclo vicioso, estamos considerando um processo em que o estudante precisaria primeiro aprender o que está em defasagem para somente depois poder estudar e aprender os novos conteúdos relacionados à série ou ano que cursa regularmente. Algumas práticas nesse sentido são denominadas nos contextos escolares e nas pesquisas especializadas como *recuperação paralela*.

Embora os discursos das professoras e gestoras participantes dessa pesquisa tenham apontado como ideal a recuperação contínua, ou seja, o processo de apoio dado diariamente em classe pela própria professora à recuperação paralela – feita em separado para os alunos com dificuldades -, ainda continua sendo conferido um poder mágico de salvar os que não aprendem. Ainda é evidenciada a necessidade de segregar os que aprendem de modo diferente, com outros ritmos que os distingam da maioria dos alunos (Caldas e Souza, 2014, p. 21)

Entendemos que, como indicam Caldas e Souza (2014), ao segregar alunos que apresentam defasagens de aprendizagem, gera-se o ciclo vicioso que condena tais alunos ao trabalho de Sísifo² de, supostamente, buscarem *recuperar* aprendizagens das quais não se apropriaram em contextos de estudos progressos, enquanto acumulam novas defasagens de aprendizagem no ensino regular que é, via de regra, planejado para ser apropriado por quem já domina os conteúdos que se constituem como pré-requisitos.

Apesar de a lógica dos pré-requisitos já ser combatida, inclusive em textos normativos curriculares, como é o caso da própria Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), quando aponta que "quando trabalha a partir da lógica de pré-requisitos, é *fato irrefutável* que a escola exclui dos processos educativos os estudantes que 'não aprenderam' determinados assuntos" (BRASIL, 2018, s/p.), essa ideia permanece presente na organização das práticas de ensino quando se trata da chamada *recuperação paralela* ou mesmo naquelas práticas identificadas como *recuperação continuada*. Em ambos os casos o professor tende a compreender que não há como prosseguir com as práticas de ensino em razão de os alunos não saberem conteúdos progressos - reconhecidos, portanto, como *pré-requisitos* – o que o leva a *parar* para ensinar lições relacionadas àqueles conteúdos curriculares.

Assumindo que o pensamento matemático não é linear e que é possível promover a superação das defasagens de aprendizagem no contexto das práticas regulares de ensino voltadas ao desenvolvimento dos estudantes, percebemos que, durante o ensino médio, o encerramento do ciclo vicioso que leva ao acúmulo de defasagens fica mais difícil de ser alcançado, pois as defasagens não poderão mais ser superadas no contexto escolar – em razão de seu encerramento. Devido a isso entendemos ser necessário organizar as práticas de ensino de matemática para que os estudantes possam se desenvolver a partir da aprendizagem, como propõe Vygotsky (2001).

² Trabalho de Sísifo é uma expressão popular originada a partir da mitologia grega, remetendo a todo tipo de trabalho ou situação que é interminável ou inútil. De acordo com a lenda, após desrespeitar as ordens de Zeus, deus dos deuses, Sísifo foi condenado a passar a eternidade empurrando uma pedra até o cume de uma montanha. No entanto, sempre que a pedra estava prestes a chegar ao seu objetivo, rolava montanha abaixo e Sísifo tinha que voltar a executar o trabalho todo novamente.

Dessa mesma forma, entendemos também que este processo de recuperação objetiva somente um *saber-fazer*, sobretudo quando assume perspectivas de ensino alinhadas com ideias como a *transposição didática*, proposta por Yves Chevallard (1991). Em um sentido estrito, este saber -fazer está diretamente relacionado ao processo no qual o conhecimento, muitas vezes oriundo de campos acadêmicos ou científicos, é transformado e adaptado para ser ensinado na sala de aula, na qual o professor assume o papel de resumir e *didatizar* os conhecimentos que podem ser acessíveis aos estudantes, caracterizando o professor como detentor e emissor desse conhecimento.

Todavia, ao direcionarmos nosso olhar para as práticas de ensino após a pandemia, percebemos a necessidade de ressignificar essa compreensão *da transposição didática*, pois ela transmite a ideia de que os processos de recuperação de aprendizagem remetem a uma perspectiva em que os próprios estudantes são exclusivamente responsabilizados por não terem aprendido e, de certa forma, agora precisam correr atrás do prejuízo, ou seja, recuperar.

Vygotsky (2001) defende que a aprendizagem precede o desenvolvimento e que o ensino e a aprendizagem estão dialeticamente ligados. Para ele (Vygotsky, 1982), o sujeito age sobre o meio, a princípio, de modo social e depois se individualiza, dessa forma, ele nos leva a questionar as formas como os processos de aprendizagem ocorrem, bem como as teorias que lidam muito mais com possíveis apropriações, resultantes do processo de aprendizagem, do que com o próprio processo e como ele deve ocorrer.

Todas as vezes que Vygotsky fala de aprendizagem, inclui, também, o ensino. Ou seja, para ele são duas categorias intrinsecamente relacionadas, considerando que o aprendizado não acontece no indivíduo isoladamente, fruto das suas ideias e da sua construção pessoal, só existe aprendizagem nas interações entre as pessoas, nas relações Sócio-Histórico-Culturais que estabelecem (Moura, 1998, p. 233).

Nesse sentido, entendemos que a ideia de *superação de defasagens de aprendizagens* é mais adequada do que a ideia, mais tradicionalmente utilizada, de *recuperação de aprendizagens*. Como já dito, a palavra "recuperar" pode transmitir a ideia de que a responsabilidade recai inteiramente sobre os estudantes e que eles devem correr atrás do prejuízo. Essa abordagem pode ser injusta e desconsiderar os diversos fatores que contribuíram para as defasagens de aprendizado durante a crise sanitária.

Na realidade, a situação exige uma perspectiva mais ampla, na qual a responsabilidade pela *recuperação* do aprendizado deve ser compartilhada entre estudantes, educadores, instituições de ensino e até mesmo a sociedade como um todo. É importante reconhecer que a interrupção das aulas presenciais teve impactos diferentes em cada aluno, dependendo de seu acesso aos recursos digitais, suporte familiar, condições de saúde mental, entre outros fatores. Ao abordar as defasagens de aprendizagem, é fundamental adotar uma abordagem que seja sensível às necessidades individuais dos alunos e que leve em consideração os desafios que eles enfrentaram durante esse período. Em vez de simplesmente buscar "*recuperar*" o que foi perdido, é importante adotar estratégias educacionais que sejam inclusivas, diferenciadas e focadas no desenvolvimento integral dos estudantes.

Neste cenário, as ações formativas que compreendem o processo de superação de defasagens de aprendizagem, evidenciados em períodos de interrupção da escolarização, precisam dialogar com as práticas pedagógicas de modo que as ações contemplem a aprendizagem, superando o modo direto a transposição das práticas pedagógicas para atender às necessidades da sociedade.

É no contexto dessas necessárias problematizações que analisamos os movimentos de superação de defasagens de aprendizagens acumuladas ao longo dos anos de escolarização pregressa, reconhecendo em práticas de ensino subsidiadas pelos pressupostos teóricos e metodológicos da teoria histórico-cultural (Vygotsky, 2001) e da teoria da atividade (Leontiev, 1978), potencialidades para a superação de tais defasagens.

Dessa forma, entendemos ser fundamental para os objetivos da pesquisa, apresentar, ainda que em linhas gerais, conceitos e pressupostos da Teoria Histórico-cultural (VYGOTSKY, 2001), que nos permitiram compreender que a aprendizagem é um processo que decorre das interações sociais dos sujeitos, além de sua condição biológica. Esse pressuposto problematiza o processo educacional desenvolvido em um contexto de ensino remoto, sem interações sociais entre os sujeitos.

2. A THC E A SUPERAÇÃO DAS DEFASAGENS DE APRENDIZAGEM

A Teoria Histórico-cultural (THC) foi desenvolvida pelo psicólogo russo Lev Semionovich Vygotsky (1896-1934) no início do século XX. Vygotsky, em sua teoria, buscou analisar o desenvolvimento do indivíduo a partir da sua interação com o meio, afirmando que o desenvolvimento humano ocorre de processos socioculturais e históricos, nos quais as interações sociais potencializam a apropriação dos conhecimentos, de modo que as práticas culturais desempenham um papel fundamental no desenvolvimento humano. A THC destaca a importância da linguagem, do pensamento, da cultura, das atividades mediadas para o desenvolvimento cognitivo e socioemocional.

As perspectivas teórica e metodológica desta pesquisa remetem aos pressupostos da THC vygotskyana, que emerge como fundamentação teórica relevante em razão da importância das experiências dos sujeitos e da compreensão de uma realidade mediada pela ação e pela reflexão. Nesse contexto, a relação da THC com esta pesquisa, é fundamentada em relação às implicações em contextos de interrupções do processo de escolarização, de modo que a realidade dos processos de ensino e aprendizagem surge a partir das relações, do processo de construção do conhecimento e no modo como as práticas de ensino devem ser superadas.

Vygotsky (2001) enfatiza a importância do contexto social e cultural na formação humana, bem como a ideia de que o desenvolvimento é um processo contínuo e dinâmico. Dessa forma a partir da perspectiva da THC e analisando os processos metodológicos durante a pandemia, em que as aulas aconteciam de maneira remota, sem interação entre professores e alunos, a falta de interação social, sujeito-ambiente, de acordo com o que propõe Vygotsky (2001), são potencializadoras de defasagens de aprendizagem, pois ao interagir, o sujeito se constrói socialmente, quando participa das ações no meio.

Ao adotar a THC, partimos do pressuposto de que a definição do ser humano não se limita apenas à sua condição biológica como membro da espécie humana. Mas fundamentalmente, essa definição se baseia na capacidade do ser humano de influenciar e agir sobre o mundo ao seu redor.

É neste contexto que podemos entender que a educação é humanizadora, já que é a partir dela que o indivíduo da espécie humana se apropria da cultura historicamente produzida e pode ser

reconhecido como humano. Em outras palavras, aquilo que há de humano no indivíduo da espécie não decorre apenas das características biológicas que lhe são específicas, mas também da apropriação cultural que decorre de sua atividade humana. (Virgens, 2019. p. 84)

Essa compreensão, entendida como marxista, diz respeito aos processos de constituição do Homem, remete ao tom de superação de processos alienantes, em que os sujeitos precisariam saber apenas o estritamente necessário para realizar tarefas, para passarem a ser, de fato, protagonistas dos processos de produção de valores, como o conhecimento.

A influência do meio sobre a constituição do Ser enfatiza a importância de libertar os indivíduos das restrições que os mantêm em papéis limitados e alienantes na sociedade. Ela promove a ideia de que as pessoas devem ter a oportunidade de se envolver ativamente na produção de conhecimento e em outros processos de criação de valor, em vez de serem meros executores. Essa perspectiva valoriza a emancipação e a capacidade dos indivíduos de se tornarem agentes ativos da transformação de sua realidade e no desenvolvimento de suas próprias capacidades intelectuais, em contraposição a um modelo em que eles são subjugados a tarefas desprovidas de significado.

Diante do que apresentamos até aqui, ao se tratar do processo de formação matemática dos estudantes do ensino médio, essa formação é carregada de elementos que do ponto de vista acadêmico são passíveis de aproximação com suas experiências no meio. A premissa remete ao reconhecimento da necessidade organizar o ensino a partir de movimentos educacionais não lineares e que possam, potencialmente, promover a superação de defasagens, abrangendo, inclusive, os processos, tradicionalmente, conhecidos como *recuperação da aprendizagem*.

Especificamente, no nosso caso, consideramos que, histórica e culturalmente, consolidou-se o entendimento de que as funções representam um importante conceito matemático, elas permitem aos estudantes estabelecerem relações de objetos matemáticos que se interrelacionam. Esta ideia a partir da definição de função, remete a relação entre duas grandezas, porém entendemos que o conceito é muito amplo e não se limita a definição.

O estudo das funções é relevante, o conceito de função envolve concepções diversas e múltiplas representações, fazendo-se necessário, compreender o sentido que este conceito pode assumir em

diferentes contextos, quais significados o aluno pode produzir e de que formas isto se desenvolve no ambiente escolar. (Barreto, 2008, p. 2)

O pensamento matemático, de modo geral, e o pensamento algébrico, em particular, são fundamentais para o desenvolvimento dos estudantes na educação básica. Ao assumir o Pensamento e a Consciência como Funções Psicológicas Superiores, a exemplo de Vygotsky (2001), assumimos também que são expressões daquilo que humaniza os indivíduos da espécie humana e são, portanto, aspectos que tais indivíduos precisam desenvolver ao longo da vida. Assim sendo, ainda considerando os pressupostos da Teoria Histórico-cultural a partir de Vygotsky (2001), a aprendizagem dos conteúdos escolares deve promover o desenvolvimento dessas funções psicológicas.

A psicologia estrutural vê o processo de aprendizagem como o surgimento de novas estruturas e o aperfeiçoamento das antigas. Uma vez que o processo de formação de estruturas é reconhecido como processo primário que não surge como decorrência, mas é premissa de qualquer aprendizagem, esta adquire, desde o início, um caráter estrutural consciente nessa nova teoria. [...] Se a criança forma alguma estrutura no processo de educação, assimila alguma operação, nós descobrimos em seu desenvolvimento não só a possibilidade de reproduzir a referida estrutura como ainda lhe damos possibilidades bem maiores, inclusive no campo de outras estruturas. Nós lhe demos um fênigue³ de educação e ela ganhou um marco de desenvolvimento. Um passo de aprendizagem pode significar cem passos de desenvolvimento. [...] Se aprendemos datilografia, na estrutura da nossa consciência pode não haver nenhuma mudança. Mas se aprendemos, digamos, um novo método de pensamento, um novo tipo de estruturas, isto nos dá a possibilidade não só de desenvolver a mesma atividade que fora objeto de aprendizagem imediata, mas nos dá muito mais: dá a possibilidade de ir além dos limites daqueles resultados imediatos a que a aprendizagem conduziu (Vigotsky, 2001, p. 303).

Essa é a premissa para defendermos que o estudo – e a esperada aprendizagem – da matemática promova o desenvolvimento de modos de pensamento, como o pensamento crítico e o raciocínio lógico, a capacidade de analisar, interpretar dados e resolver problemas complexos, que são capacidades intrinsecamente humanas. Nesta perspectiva teórica, o ambiente escolar e as relações interpessoais são fatores determinantes para a mudança e desenvolvimento dos alunos, que nos permite compreender que a aprendizagem é um processo que decorre das interações sociais dos sujeitos.

³ Moeda divisionária da Alemanha que correspondia à centésima parte do marco alemão. No contexto brasileiro atual, seria equivalente a dizer: "nós lhe damos um centavo de educação e ela ganha um real de desenvolvimento".

Esse pressuposto problematiza um processo educacional em grande parte desenvolvido em um contexto de ensino remoto, sem interações sociais entre os sujeitos. A premissa dessa perspectiva é a de que o homem não é humano apenas por sua condição biológica de membro da espécie humana, mas sim, também, em razão de sua capacidade de agir sobre o mundo ao seu redor.

Como criador de valores de uso, como trabalho útil, é o trabalho, por isso, uma condição de existência do homem, independente de todas as formas de sociedade, eterna necessidade natural de mediação do metabolismo entre homem e natureza e, portanto, da vida humana. (Marx, 1985, p.50)

Essa compreensão marxista a respeito dos processos de constituição do Homem, remete novamente à necessidade de superação de processos alienantes, o que ratifica a premissa de que o que humaniza o homem é o trabalho, ou seja, a ação consciente sobre o mundo capaz de produzir valor de uso aos objetos alcançados a partir dos processos produtivos. No caso dos processos escolares, mais do que assimilar resultados de produções realizadas por outras pessoas, a superação da alienação se dá quando os estudantes se conscientizam de sua condição de protagonistas de seu próprio desenvolvimento, a partir da aprendizagem.

Como já indicamos, Vygotsky (1982) defende que a boa aprendizagem é aquela que precede o desenvolvimento, ou seja, no processo de desenvolvimento do sujeito, a aprendizagem é precedente ao desenvolvimento e dialeticamente relacionada aos processos de ensino. Deste modo, aprendizagem e ensino são processos distintos e que não se confundem, mas não podem ser separados. Virgens (2019) corrobora dizendo que estão dialeticamente ligados. Isso quer dizer que o ensino é condição necessária para a aprendizagem, assim como a aprendizagem é condição necessária para que ocorram processos de ensino.

Neste cenário, as ações formativas que compreendem o processo de superação de defasagens de aprendizagem, evidenciados em períodos de interrupção da escolarização, precisam dialogar com as práticas pedagógicas de modo que as ações contemplem a aprendizagem, superando, de modo direto, a *transposição didática* que remeta a práticas pedagógicas voltadas ao objetivo de atender às necessidades de uma parcela da sociedade e relacionadas ao

entendimento da escola como produtora de mão-de-obra para o mercado de trabalho.

Neste sentido é necessário compreender os rumos da educação após um cenário de pandemia, de modo que o Estado e a escola criem ações e caminhem para uma prática reparatória e não para um processo de mercantilização da educação. Essa premissa leva em conta o nosso entendimento de que o Estado e comunidade escolar devem assumir suas responsabilidades no processo formativo.

Para discutirmos a relação entre a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo, evocamos o conceito de zona de desenvolvimento imediato (ZDI)⁴. A ZDI, na THC, é um conceito fundamental, e sua ideia central é a de que a aprendizagem geralmente é aferida pelo que as crianças conseguem expressar com propriedade e de modo independente. No entanto, Vygotsky (2001) alerta que o desenvolvimento da criança não pode ser aferido apenas pelo que ela é capaz de fazer sozinha, que constitui a Zona de Desenvolvimento Real, mas também pelo que ela pode fazer potencialmente, com ajuda de parceiros no processo de aprendizagem, como outros colegas ou os próprios professores, que constitui conhecimentos que estão muitíssimo próximos de serem consolidados, ou seja, são imediatos.

Entendemos, a partir da interpretação de Vygotsky (2001), que o processo de aprendizagem pressupõe um momento em que o sujeito resolve problemas com auxílio de outro elemento – por exemplo, o professor – até o momento em que passa a resolver problemas sozinho. Esses momentos são, respectivamente, a zona de desenvolvimento imediato e a zona de desenvolvimento real. Quando avaliamos o nível de “maturação”, de desenvolvimento, de um sujeito, por meio, exclusivamente, de testes de aplicação, estamos avaliando apenas os problemas que ele pode resolver sozinho, ou seja, a zona de desenvolvimento real. Mas Vygotsky chama a atenção para a necessidade de avaliar também aquilo que está em desenvolvimento. (Virgens, 2019, p. 125)

⁴ O termo Zona de Desenvolvimento Imediato – ZDI é mais conhecido como zona de desenvolvimento próxima – ou proximal (ZDP). O termo “proximal” decorre de uma opção de tradução presente na obra “Pensamento e Linguagem” por ocasião da tradução da obra de Vygotsky do Russo para o Português. O termo refere-se a um superlativo para o termo “próximo” que não encontra equivalente exato em português e foi traduzido, inicialmente, como “proximal”. No entanto, por ocasião da tradução que deu origem à obra “A construção do Pensamento e da Linguagem”, Vygotsky (2001), o professor Paulo Bezerra, pela editora Martins Fontes, passou a adotar o termo “imediato” para conferir o mesmo sentido pretendido no original. Como adotamos, neste texto, como referencial, a obra de 2001, também utilizaremos o termo que remete à expressão ZDI.

Para explicar esse movimento que envolve as zonas de desenvolvimento real e imediato, Vygotsky (2001) apresenta o exemplo de uma macieira.

Como um jardineiro que, para definir o estado de todo o jardim, não pode resolver avaliá-lo apenas pelas macieiras que já amadureceram e deram frutos, mas deve considerar também as árvores em maturação, o psicólogo que avalia o estado do desenvolvimento também deve levar em conta não só as funções já maduras, mas aquelas em maturação, não só o nível atual, mas também a zona de desenvolvimento imediato (Vygotsky, 2001, p. 326-327).

Vygotsky (2001), que estava interessado em estudar o processo de desenvolvimento da criança a partir de seu lugar de psicólogo, acabou apontando para uma importante característica do trabalho docente, a saber: a importância de acompanhar a aprendizagem como processo e não apenas o aprendizado, reconhecido como produto do processo de aprendizagem.

A fim de mostrar possibilidades de acompanhar o processo de aprendizagem é que Vygotsky (2001) e seus colaboradores, como Leontiev (1978), empreendem esforços para subsidiar modos de acompanhar os movimentos que envolvem a aprendizagem. É desse contexto que emergem os conceitos de sentidos pessoais e significados sociais, que são fundamentais em nossa pesquisa e nos quais nos deteremos a seguir.

2.1 Sentidos e significados na THC

Na Teoria Histórico-Cultural, os conceitos de sentidos pessoais e significados sociais desempenham um papel metodológico fundamental em contextos em que se pretende acompanhar e compreender processos de apropriação e produção do conhecimento humano. Como indicamos na introdução deste capítulo 2, a THC, desenvolvida por Vygotsky (2001), enfatiza a importância do contexto social e cultural na constituição da cultura, da história e da própria sociedade.

As interrelações humanas que acontecem nesse contexto social, histórico e cultural é que nos permite definir os sentidos pessoais e os significados sociais, bem como fazer uso desses constructos teóricos como recursos metodologicamente importantes para alcançarmos nosso objetivo de pesquisa, qual seja, analisar como práticas de ensino intencionalmente organizadas por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem para o

desenvolvimento do pensamento funcional podem potencializar movimentos de *sentidos pessoais* de estudantes que possam constituir indícios de apropriação de *significados* que apontem para a superação de defasagens de aprendizagem de estudantes do ensino médio.

Como vemos, os conceitos de sentidos pessoais e de significados sociais, são fundamentais para alcançarmos nosso objetivo de pesquisa, de modo que se justifica uma apresentação de tais conceitos.

Os significados são resultados de processos sociais de produção. São, portanto, produzidos coletiva, histórica e culturalmente. Os significados sintetizam movimentos humanos de produção, que são, por isso, chamados de *processos de significação*.

A significação é a generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vetor sensível, ordinariamente a palavra ou a locução. É a forma ideal, espiritual da cristalização da experiência e da prática sociais da humanidade. A sua esfera das representações de uma sociedade, a sua ciência, a sua língua, existem enquanto os sistemas de significação correspondentes. A significação pertence, portanto, antes de mais [nada] ao mundo dos fenômenos objetivamente históricos (Leontiev, 1978, p. 100)

Os significados são materializados nas palavras que passam a sintetizar os movimentos humanos, históricos e culturais, que lhe são inerentes:

A palavra desprovida de significado não é palavra, e um som vazio. Logo, o significado é um traço constitutivo indispensável da palavra. É a própria palavra vista no seu aspecto interior. Deste modo, parece que temos todo o fundamento para considerá-la como um fenômeno de discurso. Mas, como nos convencemos reiteradas vezes, ao longo de toda nossa investigação, do ponto de vista psicológico o significado da palavra não é senão uma generalização ou conceito. Generalização e significado da palavra são sinônimos (Vygotsky, 2001, p. 398).

Nesta perspectiva, os significados são objetivados nos processos humanos que, socialmente, generalizam ideias e conceitos ao longo da história e no contexto da cultura, e são sintetizados nas palavras, as quais materializam o pensamento por meio da linguagem e vice-versa. Mas os significados, reconhecidos como produto do processo humano de significação, não é estático e nunca está plenamente definido. Os significados são transitórios e trazem, impregnados em si, os elementos históricos e culturais que sintetizam.

Sendo objetos do processo de produção – e, portanto, de interação – humana, os significados se relacionam dialeticamente com os sentidos pessoais.

Os sentidos pessoais são constituídos pelos sujeitos, a partir das interações entre sujeitos e ambiente, historicamente, especialmente nas interações sociais e nas práticas culturais. Leontiev (1978, p. 101) nos ensina que “a significação mediatiza o reflexo do mundo pelo homem na medida em que ele tem consciência deste, isto é, na medida em que o seu reflexo do mundo se apoia na experiência da prática social e a integra”. Em outras palavras, no contexto do processo de significação, os indivíduos se conscientizam dos significados com os quais interagem e se apropriam deles, consolidando-os e ampliando-os. Esse movimento de apropriação é o que constitui os sentidos pessoais.

Como podemos inferir, os sentidos são pessoais, pois decorrem dos processos de interação de cada sujeito com o meio à sua volta. Desse modo, de acordo com Vygotsky (2001), os sentidos são mais amplos que os significados, o que confere movimento ao processo de significação. Para este autor (Vygotsky, 2001, p. 465) “o sentido de uma palavra é a soma de todos os fatos psicológicos que ela desperta em nossa consciência”.

[...] o sentido é sempre uma formação dinâmica, fluída, complexa, que tem várias zonas de estabilidade variada. O significado é apenas uma dessas zonas do sentido que a palavra adquire no contexto de algum discurso e, ademais, uma zona mais estável, uniforme e exata. Como se sabe, em contextos diferentes a palavra muda facilmente de sentido. O significado, ao contrário, é um ponto imóvel e imutável que permanece estável em todas as mudanças de sentido da palavra em diferentes contextos (Vygotsky, 2001, p. 465).

Vygotsky (2001) destaca que os sentidos e significados são mediados por instrumentos e signos culturais, como a linguagem, as ferramentas, os símbolos e os sistemas de representação. Essas mediações são essenciais no processo de significação, pois permitem que os indivíduos internalizem significados, movimentando os próprios sentidos, ao mesmo tempo em que seus sentidos colocam em movimento os significados sociais, no processo de significação. Por isso dizemos que o movimento da THC no contexto das práticas educacionais é dialético.

Assim, na perspectiva histórico-cultural, os sentidos e significados não são estabelecidos de forma estática e nem de modo inato, mas são construídos e reconstruídos continuamente por meio da interação social e do engajamento em práticas culturais. Os sentidos e significados se influenciam mutuamente, no contexto social, cultural e histórico.

Tratando de sentidos e significados, Virgens (2019) aponta que Vygotsky sustenta que as conexões entre o pensamento e a linguagem encontram sua expressão na palavra. Isso ocorre porque as interações sociais estabelecem, ao longo da história e da cultura, um sistema semiótico composto por signos e representado pelas palavras. Essas palavras, por sua vez, geram novas interações sociais, criando assim uma relação dialética constante entre o que se pensa e o que se expressa verbalmente. Em outras palavras, as interações sociais que vinculam palavras e signos, ocorrendo em um contexto histórico e cultural, são responsáveis por atribuir significados específicos às palavras. Entendemos que o significado é uma construção social e coletiva, intrinsecamente relacionada com o contexto histórico e cultural. Já o sentido é moldado pelas experiências pessoais de cada indivíduo, ocorrendo no contexto da mesma cultura durante o processo de significação.

Considerando estes conceitos de sentidos, significados e significação, no contexto de nossa pesquisa, consideramos como *aprendizagem significativa*, os movimentos de aprendizagem que sintetizam apropriações e produções que aproximam os sentidos dos estudantes de significados sociais, histórica e culturalmente estabelecidos. Especificamente, acompanhamos os movimentos dos estudantes em busca de indícios de sentidos pessoais que sejam representativos de uma aproximação entre os motivos dos estudantes para a realização das atividades, os quais remetem aos próprios sentidos (Leontiev, 1978), e os significados impregnados nos conceitos matemáticos em estudo, especialmente o conceito de função e aqueles relacionados a estudos progressos.

No cenário escolar, os sentidos e os significados definem o movimento de significação e ressignificação. Por exemplo: quando o estudante estuda o conceito de variável durante os estudos relacionados aos polinômios, no ensino fundamental, seus sentidos se aproximam de um significado particular sintetizado na palavra *variável*. No entanto, no ensino médio, esse sentido é revisitado quando o estudante se encontra diante da necessidade de estudar o conceito de função. Acontece que se, durante o ensino fundamental, a aprendizagem do conceito de variável não tiver sido significativa, ou seja, se os sentidos dos estudantes não estiverem dialogando também com o significado

específico de *variável*, esse estudante estará numa situação de defasagem de aprendizagem.

Em nossa pesquisa verificamos, contudo, que a superação dessa defasagem pode se dar no contexto da própria atividade de ensino do conceito de função, sem necessariamente precisarmos suspender as práticas de ensino voltadas à aprendizagem do conceito de funções para ensinar, antes, o conceito de polinômios, uma vez que, nos processos de superação das defasagens de aprendizagem, o ambiente escolar proporciona oportunidades de interação social e de participação em práticas culturais que possibilitam a produção do conhecimento a partir dos sentidos pessoais que os estudantes possuem, mesmo que não tenham gênese em processos escolares, mas que dialoguem com os significados que representam os conceitos que os estudantes devem conhecer. Assim, os sentidos dos estudantes sobre a ideia de variável, ainda que não tenham sido ressignificados no contexto dos estudos de polinômios, durante o ensino fundamental, podem ser colocados em movimento a fim de que sejam finalmente ressignificados no contexto dos estudos do conceito de funções, superando a defasagem antes caracterizada.

A partir deste referencial, entendemos que a abordagem de Vygotsky enfatiza a importância do desenvolvimento contínuo dos estudantes, destacando a necessidade de criar oportunidades de aprendizagem que sejam apropriadas à aprendizagem de cada aluno e que potencializem a aproximação entre os sentidos pessoais dos sujeitos envolvidos nos processos de aprendizagem dos significados sociais produzidos pela humanidade.

Essa perspectiva teórico-metodológica reconhece que é possível superar as defasagens de aprendizagem, que remetem a uma falta de proximidade entre os sentidos que os estudantes possuem e os significados sociais produzidos historicamente e culturalmente, se o ensino estiver intencionalmente organizado para proporcionar oportunidades de que, ao estudar um conceito, os estudantes possam movimentar seus sentidos sobre outros conceitos que estiverem em defasagem, segundo o que se esperaria para o momento-série em que eles se encontram.

2.2 A THC e a teoria da atividade no processo de significação do pensamento funcional

A Teoria Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade (LEONTIEV, 1978) são duas abordagens complementares que têm raízes no trabalho de Lev Vygotsky e seus seguidores, embora também sejam desenvolvidas por outros teóricos. A teoria da atividade, desenvolvida por Leontiev, centra-se na compreensão do comportamento humano como um conjunto de atividades orientadas a objetivos. Leontiev foi um dos principais representantes da psicologia histórico-cultural, seguindo a linha teórica de Vygotsky. Ele expandiu e aprofundou os conceitos de Vygotsky, principalmente a ideia de que o desenvolvimento humano ocorre por meio da interação com o ambiente sociocultural.

A teoria da Atividade enfatiza a importância das atividades humanas na construção do conhecimento e no desenvolvimento humano. Ela considera a atividade humana como a unidade básica de análise, composta por um sujeito ativo, um objeto de atividade, instrumentos e operações. A atividade humana é vista como uma unidade complexa composta por elementos cognitivos, afetivos e práticos, todos influenciados pelo contexto sociocultural.

Dentro desses aspectos, a atividade é considerada um processo dinâmico e socialmente mediado, no qual os indivíduos interagem com o mundo, transformando-o e sendo transformados por ele. A atividade envolve ações e operações mentais, bem como a utilização de ferramentas e signos culturais para atingir objetivos específicos. A Teoria da Atividade enfatiza a importância das condições sociais, históricas e culturais em que a atividade ocorre, bem como a interação entre os diferentes elementos da atividade.

Enquanto a THC fornece uma base conceitual para entender como os sentidos e significados são construídos socialmente, a Teoria da Atividade enfoca a atividade humana como o meio pelo qual ocorre a construção do conhecimento e do desenvolvimento humano. Desse modo, são abordagens que se complementam na compreensão do desenvolvimento humano e da construção do conhecimento, enfatizando a importância do contexto social, cultural e da atividade humana nesses processos.

A conexão entre a matemática e a realidade dos estudantes não significa uma abordagem superficial ou simplificada do conteúdo matemático. Pelo contrário, implica em tornar o ensino da matemática significativo, ou seja, capaz de aproximar os sentidos pessoais dos estudantes dos significados sociais histórica e culturalmente constituídos, levando em consideração a apropriação e o aprofundamento dos conhecimentos ao longo de toda a educação básica.

Especificamente, é no ensino médio que ficam mais explícitas as práticas de ensino voltadas ao desenvolvimento de uma das formas características do pensamento algébrico: o pensamento funcional. O pensamento funcional é absolutamente necessário para agir sobre o mundo e reconhecer as alterações no próprio desenvolvimento, decorrentes dos processos de aprendizagem, de modo a se constituir como aspecto fundamental para o exercício da cidadania. (Ferreira, 2021, p. 27)

A partir dessa premissa, entendemos que é necessário apresentar aos alunos situações de aprendizagem que potencializem a superação das defasagens de aprendizagem de conteúdos pregressos, acumulados durante o toda a educação básica, como em períodos de interrupção dos processos de escolarização presencial. E para que ocorra a aprendizagem no estudo das funções o estudante necessita superar a perspectiva do *saber-fazer*, aritmética generalizada, fundamentada somente nos procedimentos numéricos, para o reconhecimento dos padrões e na associação com outras variáveis. Esse processo de reconhecimento tratamos como Pensamento Funcional.

O Pensamento Funcional envolve o entendimento de como as funções funcionam, como elas podem ser representadas e como podem ser usadas para resolver problemas matemáticos a partir, por exemplo, de situações emergentes do cotidiano. Esta abordagem se concentra na compreensão e manipulação de funções matemáticas, que são relações que associam um conjunto de valores de entrada (domínio) a um conjunto de valores de saída (contradomínio) de acordo com uma relação matemática específica.

O conceito de função, conforme abordado por Caraça (1984), está intrinsecamente ligado à ideia de correspondência entre dois conjuntos e tem suas raízes na necessidade de interpretar fenômenos naturais, observar a interdependência entre duas grandezas e descrever regularidades matemáticas.

Smith (2008) define pensamento funcional na relação entre duas ou mais variáveis e na relação específica para generalização de casos. A discussão

sobre o desenvolvimento do pensamento funcional assume um papel importante no contexto da educação matemática, pois é a partir desse modo de pensar que os estudantes estabelecem estratégias para lidar com situações em que duas ou mais grandezas se relacionam.

Ao desenvolver essa forma de pensamento algébrico (PAL), o estudante do Ensino Médio pode, de modo independente dos processos escolares, superar defasagens de aprendizagem de conceitos como equações, polinômios, razão e proporção, cálculo de áreas, decomposição de figuras geométricas planas, entre outras, que são relevantes para futuras visões de mundo. Na BNCC (Brasil, 2018), em relação ao ensino de matemática, verificamos que

[...] a matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e interrelacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (Brasil, 2018, p. 265).

Ainda no mesmo trecho, é destacado aos professores a seguinte indicação

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (Brasil, 2018, p. 270).

A partir do recorte citado, entendemos que o desenvolvimento do pensamento funcional está diretamente relacionado ao ensino das funções, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento algébrico, de modo geral, a partir das variações e generalizações das grandezas. Neste cenário, a promoção do pensamento funcional está intimamente relacionada às estratégias para superar lacunas na aprendizagem. Ao estabelecer abordagens que fomentem o pensamento algébrico, os alunos cultivam o pensamento funcional, adquirindo a habilidade de estruturar seu entendimento do mundo e modelar situações de maneira que se aproximem dos conceitos algébricos.

Abstrair, pensar, generalizar, são habilidades necessárias para desenvolver competências relacionadas ao pensamento algébrico. Desse modo encaramos o PAL como um meio de produção de significados, um meio de organizar o mundo, modelar situações e manipular situações, sintetizando esses significados em símbolos que vão constituindo a álgebra. (Ferreira, 2021, p. 29)

Desse modo, ensino das funções permite aos alunos desenvolverem um pensamento crítico a partir das variações e generalizações de algumas grandezas. Um dos grandes desafios do professor de matemática é criar abordagens metodológicas intencionais para categorizar estes estudos de modo que os estudantes possam observar estas representações em sua vida cotidiana.

Todavia, as práticas de ensino tradicional voltadas à aprendizagem do conceito de função tendem a se dedicar muito mais a abordar supostas aplicabilidades do conceito de funções em situações alegadamente *reais* do que em desenvolver uma forma específica de pensamento. A aprendizagem, neste contexto, estaria a serviço da aplicação e não do desenvolvimento.

Com isso, entendemos que os motivos que levam os estudantes a estudar funções dialogam muito mais com possíveis aplicações do conceito nessas tais situações *reais*, em detrimento de atividades cujos motivos estejam direcionados à satisfação de necessidades relacionadas ao desenvolvimento de uma forma específica de pensamento: o pensamento algébrico.

Aqui é importante nos determos um pouco para tratar da estrutura da atividade, nos termos definidos por Leontiev (1978).

Imaginemos um aluno lendo uma obra científica que lhe foi recomendada. Eis um processo consciente que visa um objetivo preciso. O seu fim consciente é assimilar o conteúdo da obra. Mas qual é o sentido particular que toma para o aluno este fim e por consequência a ação que lhe corresponde? Isso depende do motivo que estimula a atividade realizada na ação da leitura. Se o motivo consiste em preparar o leitor para sua futura profissão, a leitura terá um sentido. Se, em contrapartida, se trata para o leitor de passar nos exames, que não passam de uma simples formalidade, o sentido de sua leitura será outro, ele lerá a obra com outros olhos; assimilá-la-á de maneira diferente (Leontiev, 1978, p.97).

Com essa analogia, Leontiev (1978) define a atividade em razão do motivo que leva o sujeito da atividade a desenvolver as ações que desenvolve. Quando o motivo da atividade, aquilo para o que a atividade é orientada, coincide exatamente com o objeto, aquilo que se alcança com a realização das ações, dizemos, considerando a proposta leontieviana, que o movimento caracterizou

uma atividade. Em outras palavras, a atividade se dá no contexto em que os motivos que suscitam as ações conscientemente realizadas coincidem exatamente com o objeto encontrado ao final. A tese de Leontiev (1978) é a de que a aprendizagem significativa decorre necessariamente da atividade.

Discutindo o exemplo evocado por Leontiev (1978), se a assimilação do conteúdo do livro é o objeto a ser alcançado – segundo a compreensão do professor, por exemplo – mas o estudante realiza a leitura porque (o seu motivo é) seu conteúdo será objeto de exames, então a atividade do estudante não leva à aprendizagem do conteúdo do livro, já que o motivo do estudante (fazer os exames) não coincide com o objeto (apropriar-se do conteúdo do livro).

Os motivos das ações não são, contudo, definitivos. Pode acontecer, por exemplo, que a realização de um exame seja o motivo que desencadeia, para um estudante, o início da leitura de um livro. Mas pode acontecer que, durante a leitura, seu interesse seja despertado e o exame passe a ser um fenômeno secundário – se o professor, por exemplo, cancela o exame, ainda assim o estudante continua a leitura. Nesse caso a atividade leva, de fato, à aprendizagem, pois o motivo (apropriar-se do conteúdo do livro) passa a coincidir exatamente com o objeto alcançado (apropriação do conteúdo do livro). Nesse caso, no entanto, o motivo que deu início ao movimento também teve uma contribuição importante: a de desencadear o movimento. É esse motivo que Leontiev (1978) chama de *motivo compreensível*. O motivo é compreensível porque dá lugar, na estrutura da atividade, ao *motivo eficaz* que é aquele que, por sua vez, coincide com o objeto da atividade.

Nesse contexto, o nosso papel enquanto professores que ensinam matemática, é o de propor situações que suscitem motivos compreensíveis, que se tornará eficaz, para iniciar (desencadear) movimentos que possam ser caracterizados como atividade de aprendizagem. Por sua vez, o professor também precisa estar em atividade, que tenham motivos e objetos relacionados à satisfação da necessidade de ensinar.

As atividades que remetem à unidade entre a atividade de estudo, dos estudantes, e de ensino, dos professores, é o que caracteriza a Atividade Orientadora de Ensino, que será objeto de nossa atenção a seguir, no subcapítulo 2.3.

2.3 A THC na sala de aula: a atividade orientadora de ensino - AOE

A partir dos conceitos abordados, entendemos que a THC tem uma relevância significativa na sala de aula e na prática da Atividade Orientadora de Ensino (MOURA, 2010), que é uma abordagem pedagógica baseada nos princípios dessa teoria. Ambas visam promover uma aprendizagem significativa e contextualizada, levando em consideração o desenvolvimento cognitivo e socioafetivo dos estudantes. No cenário escolar, a THC destaca a importância de criar um ambiente de aprendizagem rico em interações sociais e práticas culturais significativas. Os estudantes são vistos como sujeitos ativos, produtores de conhecimento e mediados pelos instrumentos culturais, como a linguagem e os sistemas simbólicos. Os professores e professoras desempenham um papel fundamental ao criar situações de aprendizagem desafiadoras e ao fornecer suporte e orientação aos estudantes.

A Atividade Orientadora de Ensino (AOE), por sua vez, baseia-se na Teoria Histórico-Cultural para promover uma abordagem ativa e orientada pelo desenvolvimento dos estudantes. Nesse sentido, a atividade de ensino é concebida como um processo mediado, no qual o professor assume a função de um dos mediadores da atividade dos estudantes, ao mesmo tempo em que protagoniza a própria atividade (a atividade de ensino). A atividade de ensino é organizada em torno de objetivos de aprendizagem claros e envolve a utilização de instrumentos e signos culturais relevantes para a compreensão dos conteúdos.

Na prática da AOE, os estudantes são incentivados a participar ativamente do processo por meio de discussões, reflexões, investigações e resolução de problemas. A aprendizagem ocorre de forma colaborativa, com os estudantes interagindo entre si e com os professores, compartilhando ideias e construindo significados coletivamente. Neste sentido a AOE promove uma aprendizagem significativa e uma compreensão abrangente dos conteúdos, relacionando-os com sentidos pessoais dos estudantes.

Tratando do processo de superação das defasagens, a AOE pode subsidiar práticas que promovam a aprendizagem significativa, socialmente mediada, reconhecendo as dificuldades de aprendizagem e possibilitando a sua superação em benefício do desenvolvimento dos estudantes. Por isso nossa

proposta formativa tem como premissa a busca por colocar estudantes do ensino médio em atividade de aprendizagem, tornando-se claro a necessidade de repensar o processo de ensino-aprendizagem após um período de interrupção da escolarização, evidenciando que aquilo que antes era feito, deverá ser superado, de modo que a premissa maior é colocar os estudantes em atividade de aprendizagem (Leontiev, 1978) a fim de superarem defasagens que tenham se acumulado no contexto das transições que as condições materiais impuseram em seus movimentos formativos.

Quando pensamos no processo de interação na formação do homem, entendemos que a atividade é a força motriz, mediada pela linguagem e influenciada pelo contexto cultural. Vygotsky (2001) salienta que essas interações são fundamentais para o desenvolvimento cognitivo e a colaboração é vista como um catalisador para este avanço.

Ainda tratando deste processo de colaboração, Leontiev (1978) argumenta que é por meio da atividade que os seres humanos interagem com o ambiente e se desenvolvem e que atividade humana é moldada pelo contexto cultural e social em que ocorre. Assim como Vygotsky, Leontiev reconhece o papel crucial da mediação na aprendizagem. Ele destaca que as ferramentas, símbolos e signos culturais atuam como mediadores essenciais entre os indivíduos e o ambiente, influenciando a forma como as atividades são realizadas.

Com a necessidade de analisar os movimentos dos significados e sentidos da aprendizagem dos estudantes, traremos à luz as ideias de Moura (2001), Virgens (2019), Cedro (2008) para entendermos como acontece a apropriação do conhecimento.

A atividade Orientadora de Ensino (AOE), desenvolvida por Moura (1992) exprime a necessidade de interação entre aquilo que se é ensinado e as práticas sociais.

A atividade orientadora é uma ação organizada a ser desenvolvida em sala de aula [...] define os momentos principais do ensino: o problema desencadeador da aprendizagem; a organização do espaço onde se realizará; as sínteses necessárias para a compreensão do conceito em pauta e a avaliação do acompanhamento do trabalho pelos alunos (Moura, 1992, p. 64)

Entendemos que a compreensão – conscientização – dos sentidos e dos significados envolvidos na atividade são fundamentais. Os sujeitos envolvidos na atividade precisam compreendê-la como algo que vai satisfazer suas necessidades, entendendo que a aprendizagem é um processo de internalização, no qual os alunos incorporam os significados culturais em seus próprios processos mentais, evidenciando que a aprendizagem só ocorre quando coloca em movimento os sentidos pessoais dos estudantes, aproximando-os de significados histórica e culturalmente constituídos.

Nessa perspectiva, as necessidades, motivações, ações e operações constituem elementos que possibilitam que a Atividade Orientadora de Ensino desempenhe o papel de mediadora entre as ações de ensino e as ações de aprendizagem. Sob essa visão, a Atividade Orientadora de Ensino não apenas serve como instrumento para que o professor compreenda e execute seu objetivo principal, que é o ensino de conceitos, mas também funciona como uma ferramenta para os estudantes. Estes últimos, ao agirem em direção à apropriação desses conceitos, utilizam a Atividade Orientadora de Ensino como um meio para alcançar seus objetivos educacionais.

Com base nisso, as Situações Desencadeadora de Ensino se desencadeia, principalmente, a partir de três contextos propulsores de aprendizagem: os jogos pedagógicos, as situações emergentes do cotidiano, ou de narrativas virtuais do conceito. Esses elementos, assim configurados, evidenciam um processo educacional que favorece a significativa relação dialética entre ensino e aprendizagem.

1. O jogo com propósito pedagógico pode ser um importante aliado no ensino, já que preserva o caráter de problema. [...]O que devemos considerar é a possibilidade do jogo colocar a criança diante de uma situação-problema semelhante à vivenciada pelo homem ao lidar com conceitos matemáticos. [...] 2. A problematização de situações emergentes do cotidiano possibilita à prática educativa oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar solução de problemas significativos para ela. [...] 3. É a história virtual do conceito porque coloca a criança diante de uma situação problema semelhante àquela vivida pelo o homem no sentido genérico (MOURA e LANNER DE MOURA, 1998, p. 12-14)

Neste movimento, Moura (2001) destaca que a AOE tem como principal foco o ensino, delineando a maneira como os conhecimentos serão abordados no ambiente escolar e que durante o desenvolvimento da atividade, enfatiza-se

que os processos de análise e síntese devem ser vistos como momentos contínuos de avaliação tanto para o professor que media quanto para quem aprende. No percurso metodológico, utilizaremos o contexto de problematização de situações emergentes do cotidiano e história virtual para ilustrar nosso movimento de análise, de acordo com a metodologia que será apresentada no capítulo 3 deste texto.

Uma premissa essencial da Atividade Orientadora de Ensino é agir de maneira intencional, estruturando o ensino de modo a permitir que a criança participe de atividades voltadas para a apropriação de um conceito. Isso ocorre ao reconhecer e respeitar sua condição como um sujeito capaz de aprender, estabelecer conexões e mobilizar afetos e emoções que podem instigar ações em direção ao objeto que se deseja apropriar. Ao organizarmos o ensino sob essa perspectiva, seja em situações de estágio, projetos de pesquisa ou salas de aula, frequentemente testemunhamos como essa abordagem se materializa na prática.

Dentro das premissas da AOE, destacamos a Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA). A SDA compreende um problema desencadeador que deve abranger a origem do conceito, elucidando as necessidades humanas que motivaram sua criação, considerando o contexto lógico-histórico previamente mencionado. A situação desencadeadora de aprendizagem se origina de um sistema concebido para permitir que os estudantes, por meio de suas ações e operações, se apropriem, de maneira significativa, de conceitos fundamentais (MOURA, 2010).

Não queremos dizer que é necessário se refazer a história e sim que é necessário dar o significado social para que os sujeitos se apropriem do conhecimento de forma a atribuir sentido pessoal. E fazer isto é estar em sintonia com as necessidades dele como indivíduo e como sujeito que vive em um tempo e lugar. (MOURA, 2006, p. 405).

A SDA desempenha um papel crucial na relação entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem na Atividade Orientadora de Ensino (AOE). Virgens (2019) ainda destaca outro ponto importante dentro do contexto das SDA, o *Problema Desencadeador de Aprendizagem*.

O PDA é o elemento, essencial, que suscitará na SDA a necessidade que desencadeará o movimento de ensino – por parte do professor – e de aprendizagem – por parte do aluno – que possibilitarão que ambos (professor e aluno) entrem em atividade. Sendo esse elemento

essencial, o PDA pode aparecer no contexto do jogo, nas situações emergentes do cotidiano ou nas histórias virtuais, mas será sempre a “provocação” que, no contexto da organização consciente da atividade, subsidiará a constituição da SDA que envolve, como vemos nas palavras de Moura (2000, p. 35) “a busca de [uma] solução, [que] permite um avanço do conhecimento desse sujeito por meio do processo de análise e síntese e lhe permite desenvolver a capacidade de lidar com outros conhecimentos” (Virgens, 2019. p.128).

Portanto, a Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA) deve atuar como uma “ponte” para um elemento adicional no processo de aprendizagem, ultrapassando a resolução em si e não se limitando à mera reconstituição de passos já percorridos. De acordo com Vygotsky (2001), um ensino eficaz é aquele que antecipa o desenvolvimento. Assim, o problema apresentado na SDA deve intrinsecamente refletir "a necessidade que levou a humanidade à construção do conceito" (MORETTI e MOURA, 2011, p. 442). Isso possibilitará que, ao buscar a solução para o PDA, no contexto da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), o aluno alcance o "algo mais" que caracteriza a aprendizagem e, conseqüentemente, alcance o desenvolvimento da capacidade de lidar com outros conhecimentos (Virgens, 2019).

No nosso caso específico, nos preocupamos em elaborar Situações Desencadeadoras de Aprendizagem que trouxessem PDA que suscitasse a necessidade de apropriação, por um lado, do próprio conceito, mas também de conceitos que estivessem em defasagem, ou seja, que os estudantes já tivessem tido a oportunidade de estudar em outros momentos do processo educacional pregresso, mas não tivessem logrado êxito de aproximar seus sentidos pessoais dos significados sociais impregnados em tais conceitos. Lançamos mão de duas categorias de SDA: as histórias virtuais e as situações emergentes do cotidiano para colocar em movimento os sentidos dos estudantes em direção a significados sociais que envolvessem conceitos estudados em contextos de escolarização pregressa, a fim de sintetizar, em um movimento dialético, a aprendizagem do conceito em estudo e, também a superação de defasagens de aprendizagem acumuladas.

Antes, porém, de passar à apresentação das SDA e dos movimentos formativos que realizamos, entendemos ser necessário apresentar, ainda que em linhas gerais, alguns elementos do percurso metodológico da pesquisa que desenvolvemos, o que faremos no capítulo a seguir.

3. PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentaremos o movimento da pesquisa de mestrado, permeado pelos princípios da ética. De acordo com estes princípios, o desenvolvimento da pesquisa foi autorizado e aprovado pelo Comitê de Ética e Pesquisa – CEP do IFSP, sob o parecer nº 5.951.806, bem como anuído, por meio de Termo de Consentimento da Instituição Escolar (Anexo B), pela instituição onde a pesquisa foi realizada, por meio de sua direção, e na qual a pesquisadora atua como docente. Também anuíram para a realização da pesquisa, por meio de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Anexo C) e Termo de Assentimento Livre e Esclarecido – TALE (Anexo D), respectivamente, os responsáveis legais pelos participantes e os próprios estudantes que participaram da pesquisa.

A pesquisa foi desenvolvida em dois momentos. No primeiro momento realizamos o experimento formativo, conforme apresentado mais adiante, neste texto, no subcapítulo 3.3. No segundo momento realizamos a análise dos dados produzidos e coletados no contexto daquele experimento formativo, à luz do referencial teórico apresentado no capítulo 2 deste texto.

No primeiro momento, para a realização do experimento formativo, foram elaboradas e desenvolvidas, junto aos estudantes, Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA), durante o segundo semestre de 2022, a partir das quais os alunos teriam a oportunidade de estudar o conceito de função polinomial de grau 1. A estrutura das SDA buscava, de modo coerente à perspectiva teórica apresentada no capítulo 2, vincular a atividade dos estudantes a um motivo, o qual, por sua vez, dirige a atividade.

A atividade orientadora de ensino tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define modos ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende. (Moura, 2001, p. 155).

A abordagem da SDA está fundamentada na gênese histórica do conceito de função, a qual pode ser sintetizado no objetivo que define a habilidade correspondente a tais estudos na Base Nacional Comum Curricular – BNCC, a

saber: “compreender função como um tipo de relação de dependência entre duas variáveis, ideias de domínio e de imagem, associando-as a representações gráfica e/ou algébrica” (Brasil, 2018).

O estudo das funções na educação básica desempenha um papel fundamental pois está ligado a ideia de correspondência Caraça (1984) e o modo como os estudantes se apropriam desta ideia está relacionado ao que ele consegue reconhecer e assim fazer. Ainda tratando desta correspondência, o reconhecimento dos padrões são formas de desenvolver o pensamento algébrico (PAL). Nesta pesquisa, encaramos o PAL como um meio de produção de significados, um meio de organizar o mundo, modelar situações e manipular situações, sintetizando esses significados em símbolos que vão constituindo a álgebra (Ferreira, 2021).

As funções permitem que os estudantes analisem e compreendam as relações entre duas ou mais grandezas e suas interconexões, além de explorar as consequências dessas interrelações. Esse conceito matemático possui uma ampla gama de aplicações em diferentes áreas do conhecimento. Ao trabalhar com funções, os estudantes são incentivados a pensar de forma abstrata, generalizar padrões e desenvolver habilidades de raciocínio lógico. Eles aprendem a inferir, prever, conjecturar e levantar hipóteses com base nas informações fornecidas pelas funções.

As funções também permitem que os estudantes testem suas ideias, estabeleçam conclusões e representem matematicamente os fenômenos estudados.

O estudo das funções é relevante, mas devido à abrangência do conceito, envolve um sem-número de dificuldades. O conceito de função envolve concepções diversas e múltiplas representações, fazendo-se necessário, compreender o sentido que este conceito pode assumir em diferentes contextos, quais significados o aluno pode produzir e de que formas isto se desenvolve no ambiente escolar. (Barreto, 2008, p. 02)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta os objetivos para o ensino das funções no ensino médio:

- Compreender função como um tipo de relação de dependência entre duas variáveis, ideias de domínio e de imagem, associando-as a representações gráficas e/ou algébrica.

- Reconhecer função afim em suas representações algébrica e gráfica, identificando variação (taxa, crescimento e decrescimento), pontos de intersecção de seu gráfico com os eixos coordenados e o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Descrever função linear como um tipo especial de função afim e associá-la a relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas.
- Associar sequências numéricas de variação linear (Progressão Aritmética) a funções afins de domínios discretos.
- Reconhecer função quadrática em suas representações algébrica e gráfica, considerando domínio, imagem, ponto de máximo ou mínimo, intervalos de crescimento e decrescimento, pontos de intersecção com os eixos.

Além disso, o estudo das funções está intimamente relacionado a outros conceitos matemáticos, como contagem, interpretação de gráficos e tabelas, aplicação de técnicas de resolução de equações. Os estudantes aprendem a ler, interpretar e analisar gráficos e tabelas, identificando padrões e relacionando-os às funções correspondentes. O estudo das funções na educação básica promove o desenvolvimento do PAL, do pensamento funcional, do entendimento da linguagem algébrica e ao apropriar-se destes conceitos o aluno torna-se capaz de realizar conexões a partir de uma compreensão tanto dentro como fora do âmbito da matemática, aplicando os conceitos aprendidos de forma significativa em diferentes contextos.

3.1 Retomando os objetivos

Nossa pesquisa teve como objetivo apresentar aspectos da análise de movimentos formativos que potencializaram a superação de defasagens de aprendizagens matemáticas acumuladas ao longo de períodos pregressos de escolarização, destacando momentos em que pudemos reconhecer potencialidades para a superação de defasagens de aprendizagem no contexto de práticas de ensino do conceito de função.

Tratando do experimento formativo, o objetivo foi de oportunizar a apropriação do conceito de função, em um processo que colocou os estudantes em movimento, ampliando seu olhar, seu pensamento crítico, sua observância e seu poder de generalização, de modo que eles puderam estar conscientes

daquilo que estavam fazendo, potencializando que entrassem em atividade de estudo (Leontiev, 1978), e que, nessa atividade, pudessem também superar eventuais defasagens de aprendizagem decorrentes de movimentos de escolarização pregressa deficitários.

Nesse contexto, buscamos apresentar aos estudantes possibilidades de aproximarem seus sentidos dos significados sociais impregnados no conceito de funções, (re)significando conceitos com base nos pressupostos teóricos da Teoria Histórico-Cultural (THC). Resignificar conteúdos progressos, com base nos pressupostos teóricos da THC, também implica reconhecer que os estudantes têm conhecimentos prévios e experiências individuais, e que esses aspectos devem ser considerados nos processos de ensino e de aprendizagem. Valorizar as histórias e vivências dos alunos pode contribuir para a construção de significados e fortalecer a conexão entre o ensino de funções e os sentidos dos estudantes.

3.2 A escolha do local da pesquisa e constituição do grupo de alunos

A pesquisa foi desenvolvida com um grupo de alunos da segunda série do ensino médio, matriculados em uma escola pública da rede estadual do Estado de São Paulo, jurisdição da diretoria de ensino Sul 1. Como um dos pressupostos do programa de mestrado profissional ao qual a pesquisa está vinculada é a pesquisa envolvendo as próprias práticas, a professora pesquisadora era, na ocasião da realização do experimento formativo, docente da turma.

Os estudantes da escola são, em sua maioria, considerados como pessoas em situação de alta vulnerabilidade, os quais, também em maioria, não puderam acompanhar as atividades remotas durante o período da pandemia. Esta escola recebe alunos de duas outras escolas de anos iniciais que estão próximas e se enquadram dentro de uma perspectiva de alta vulnerabilidade. Sendo, reconhecidamente, uma escola esquecida pelo poder público, a escola enfrenta muitas dificuldades em relação aos materiais, falta de professores e incidentes relacionados a conduta da comunidade, estrutura física e emocional dos estudantes. Porém mesmo com tantas dificuldades é visível quanto o corpo docente e a equipe gestora estão abertos a propostas que visem o bem-estar e desenvolvimento dos alunos.

Para a produção e coleta dos dados da pesquisa, o grupo de alunos que acompanhamos, apresentados a seguir, estavam, na ocasião da realização do experimento formativo, na segunda série do ensino médio, tendo passado pelo processo de ensino remoto a partir do 9º ano do ensino fundamental. A escolha destes alunos foi definida a partir de uma roda de conversa, que teve como tema o período de interrupção da escolarização, e sobre como esse recorte temporal teve impacto na vida e nas futuras decisões. A decisão final de analisar o grupo escolhido foi dada a partir do que eles definiram como prioritário aprender em relação a suas perspectivas escolares futuras.

Estes alunos, ao ingressarem na última etapa da educação básica, participaram de propostas de verificação de aprendizagem pela gestão escolar e diretoria de ensino, nas quais foram constatadas dificuldades decorrentes do processo de interrupção da escolarização. Considerando a importância do estudo das funções na formação geral dos estudantes e fortalecendo o desenvolvimento da educação matemática dentro do currículo escolar, compreendemos que os aspectos que subsidiam a THC, potencializam a aprendizagem significativa.

Cabe ressaltar que nos parâmetros da THC, a aprendizagem significativa ocorre por meio da interação social e do processo de internalização, onde os sentidos pessoais dos sujeitos em atividade se aproximam de significados sociais histórica e culturalmente constituídos e sintetizados em representações, as quais generalizamos no termo *conhecimento*. Isso permite inferirmos que o conhecimento seja desenvolvidor de novas formas de pensar, bem como que seja desenvolvedor de novas funções psicológicas. Essa compreensão nos coloca em oposição à definição de aprendizagem significativa de Ausubel (2003), que a define como a importância da assimilação de novo conhecimento em estruturas cognitivas existentes, promovendo conexões com conceitos prévios.

A participação na pesquisa não foi obrigatória e as atividades foram realizadas respeitado o sigilo de identidade de todos os participantes e não-participantes, sem qualquer prejuízo em relação aos processos de avaliação regulares em razão de eventual opção por não participar da pesquisa, seja por parte dos responsáveis ou dos próprios alunos.

O método para realização da formação remete ao *experimento formativo*, o qual, de acordo com Cedro (2008), é o método de investigação que permite estudar a essência dos diferentes procedimentos de ensino e de aprendizagem a partir do desenvolvimento de cada indivíduo.

A seguir, apresentamos o contexto da realização da pesquisa, destacando os alunos que participaram da mesma. Todas as indicações referem-se ao espaço temporal em que a pesquisa foi desenvolvida, ou seja, durante o ano letivo de 2022, enquanto os estudantes estavam no segundo ano do ensino médio. Em respeito ao sigilo de identidade dos participantes, as referências aos nomes são fictícias e recorreremos a tais referências sempre que precisarmos nos remeter à identificação dos movimentos de cada um dos sujeitos.

Os estudantes foram organizados em grupos e todos receberam as mesmas SDA, a fim de realizarem as mesmas ações e tarefas, de modo a promover uma formação equitativa para todos. Todavia, em razão das limitações de espaço de um texto com as características de uma dissertação de mestrado, realizamos um recorte que destacou um dos grupos de estudantes, ao qual nos referiremos daqui por diante como Grupo X, que foi composto pelos estudantes Mi, Ma, Na, Ka e Sa.

Mi tinha, na época da pesquisa, 18 anos, é solteiro, residente da cidade de São Paulo, é estudante da escola desde o sexto ano do Ensino Fundamental. Tem o sonho de ser oceanógrafo e matemático. Durante o período da pandemia acompanhou as aulas de matemática somente via aplicativo disponibilizado pelo Governo do Estado de São Paulo e via televisão. Por falta de recursos digitais não pôde acompanhar as aulas remotas com os professores da escola. *Mi* relata que durante a pandemia as aulas de matemática eram muito confusas e sua maior dificuldade era tirar as dúvidas. Sentiu-se motivado a participar da pesquisa pois gosta muito das aulas de matemática e diz que o trabalho em grupo favorece o aprendizado.

Ma também tinha 18 anos e é irmão gêmeo de *Mi*. É solteiro e residente da cidade de São Paulo, é estudante da escola desde o sexto ano do Ensino Fundamental. Tem o sonho de ser matemático, porém enfatiza que a licenciatura não agrada devido a conjuntura atual acerca da profissão de professor. Durante o período da pandemia também acompanhou as aulas de matemática somente

via aplicativo disponibilizado pelo Governo do Estado de São Paulo e via televisão e assim como *Mi* não pôde acompanhar as aulas remotas com os professores da escola. *Ma* relata que durante a pandemia as aulas de matemática eram *horríveis* não entendia nada e voltou para a escola com muita dificuldade. Sentiu-se motivado a participar da pesquisa pois gosta de matemática.

Sa tinha 18 anos, é solteira, residente da cidade de São Paulo, é estudante da escola desde o sexto ano do Ensino Fundamental. Tem o sonho de ser advogada. Durante o período da pandemia acompanhou as aulas de matemática somente via televisão disponibilizada por canais em parceria com o Governo do Estado de São Paulo e não frequentou as aulas remotas disponibilizadas pela escola. *Sa* afirma que não teve nenhum avanço no ensino de matemática durante a pandemia e retornou ao ensino presencial com muitas dificuldades. Sentiu-se motivada a participar da pesquisa pois o trabalho em grupo favorece seu aprendizado.

Na tinha 17 anos, é solteira, residente da cidade de São Paulo, é estudante da escola desde o sexto ano do Ensino Fundamental. Tem o sonho de ser empresária, assim como *Sa*, acompanhou as aulas de matemática somente via televisão disponibilizada por canais em parceria com o Governo do Estado de São Paulo e não frequentou as aulas remotas disponibilizadas pela escola. *Na* classificou as aulas durante a pandemia como ruins e voltou a escola com muita dificuldade. Sentiu-se motivada a participar da pesquisa pois o trabalho em grupo favorece seu aprendizado.

Ka também tinha 18 anos, é solteiro, residente da cidade de São Paulo, é estudante da escola desde o sexto ano do Ensino Fundamental. Ainda não definiu o que pretende para o futuro e durante a pandemia não teve acesso às aulas, nem via aplicativo ou tv, nem as remotas disponibilizadas pela escola. *Ka* classifica que no período da pandemia não aprendeu nada e voltou para escola com mais dificuldade. Sentiu-se motivado a participar da pesquisa pois acredita que só aprende no coletivo, ou seja, o trabalho em grupo favorece seu aprendizado.

3.3 O experimento formativo

Um experimento formativo, conforme descrito por Cedro (2008), é um método de investigação psicológica que busca compreender as relações internas entre os diferentes procedimentos de ensino e o desenvolvimento psíquico do indivíduo. É uma abordagem que permite estudar como as atividades de ensino e aprendizagem influenciam o desenvolvimento cognitivo, emocional e social dos estudantes.

Assim como indica Vygotsky (2001), nesse tipo de experimento, o foco está na compreensão da interação entre o processo de ensino e o desenvolvimento psíquico do indivíduo. Ele permite analisar como as estratégias de ensino, as atividades propostas, os materiais didáticos e o ambiente de aprendizagem afetam o aprendizado e o desenvolvimento do estudante.

Em linhas gerais, podemos caracterizar o experimento formativo da seguinte maneira: pelo caráter qualitativo dos dados coletados; pela orientação para os processos descobertos pelos indivíduos ao se apropriarem dos conhecimentos inerentes à formação do professor; pela participação ativa do pesquisador na aprendizagem dos indivíduos; pela constante interação entre as observações coletadas e o planejamento futuro das ações; pela natureza longitudinal do trabalho desenvolvido (Cedro, 2008, p. 106).

O experimento formativo difere de outras abordagens de pesquisa educacional, pois está centrado no processo de ensino e na influência desse processo no desenvolvimento psicológico. Ele busca ir além da simples avaliação dos resultados de aprendizagem, buscando compreender os mecanismos e processos subjacentes ao aprendizado. O objetivo principal do experimento formativo é contribuir para o aprimoramento das práticas educacionais, fornecendo evidências sobre como os procedimentos de ensino podem ser ajustados para promover o desenvolvimento pleno dos estudantes. Através desse tipo de formação, é possível identificar estratégias eficazes, propor melhorias e adaptar o ensino às necessidades individuais dos estudantes.

O experimento formativo que realizamos, teve como perspectiva acompanhar os movimentos dos sentidos pessoais (Leontiev, 1978) dos estudantes e teve como objetivo proporcionar a apropriação do conceito de função, em um movimento dos sentidos em direção a significados sociais, ampliando seu olhar, seu pensamento crítico, sua observância e seu poder de

generalização, de modo que eles puderam estar conscientes daquilo que estavam fazendo, potencializando, no contexto da atividade (Leontiev, 1978), a superação de eventuais defasagens de aprendizagem.

A fim de concretizar a proposta descrita, duas Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA) foram elaboradas e desenvolvidas em colaboração com os estudantes. A estrutura da SDA está cuidadosamente vinculada a um propósito específico, e esse propósito orienta a atividade.

As propostas dessas SDA remetem às necessidades históricas do conceito de função, que têm sua gênese na necessidade de controlar a relação entre duas grandezas. Nesse contexto, a capacidade dos estudantes de formalizar o pensamento funcional se manifesta na representação e na comparação, destacando os padrões.

Dentro da SDA, a necessidade de identificar padrões e generalizar situações é essencial e decorre dos PDA, de modo que os estudantes, ao se apropriarem dos conceitos, podem aproximar seus sentidos pessoais dos significados sociais histórica e culturalmente constituídos, potencializando a superação de defasagens que remetam a conceitos subjacentes, que se relacionem diretamente com os conceitos em estudo. Isso aproxima o conceito matemático das experiências pessoais dos estudantes, tornando o entendimento do conceito uma parte integrante de sua vida.

O recorte que apresentamos decorre dos movimentos do Grupo X, desenvolvidos durante as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (MOURA, 2000). A fim de compreender o movimento de superação de defasagens, torna-se fundamental indicar, a princípio, que todos os cinco estudantes que participaram das discussões no grupo aqui destacado apresentavam indícios de sentidos pessoais iniciais que apontavam para dificuldades de aprendizagem de matemática, agravadas durante a pandemia, de modo a não compreenderem significados matemáticos associados aos estudos de Polinômios e Resolução de Equações Polinomiais do 1º grau - objetos de estudos do Ensino Fundamental - apesar de serem alunos matriculados no Ensino Médio.

3.4 Procedimentos do experimento formativo

A análise apresenta indícios dos movimentos dos sentidos relativos aos estudantes do grupo X durante o desenvolvimento das SDA, em relação à aproximação de tais sentidos de significados sociais que remetam ao conceito de função. Em razão do recorte que realizamos, para não comprometer a compreensão do contexto, outros alunos poderão ser citados nas transcrições. Cumpre destacar, no entanto, que apenas são mencionados participantes que assinaram o TALE e cujos responsáveis, de forma análoga, autorizaram a participação, assinando o TCLE.

Ao realizarmos a análise dos dados coletados, no contexto da THC e da Teoria da Atividade, entendemos que cada movimento dos estudantes pode ser um passo para promover a superação das defasagens de aprendizagem aproximando assim seus sentidos pessoais dos significados sociais dos conceitos matemáticos estudados.

Ao realizar a apreensão do objeto da pesquisa no contexto do experimento formativo, utilizamos diversos recursos: gravações em áudio e vídeo, registros elaborados pela professora pesquisadora e das respostas dos participantes. Os dados coletados em áudio se destacaram e foram transcritos em sua forma original, resguardando a identidade do participante. Os participantes foram codificados a partir da inicial de uma palavra aleatória e um número de ordem.

As SDA tiveram duração de quatro encontros, no primeiro movimento, e três encontros no segundo. Cada encontro corresponde a um conjunto de duas aulas, com cinquenta minutos de duração cada. Na primeira parte do movimento formativo, foram analisadas as práticas relacionadas à necessidade de controlar a relação de duas grandezas que se relacionam. No caso da primeira SDA⁵, essas grandezas remetem à tarifa do transporte público e sua relação com a distância percorrida pelo usuário.

Em um segundo momento foram analisados os sentidos dos estudantes em relação ao conceito de área e sobre a forma como uma função polinomial de grau 2 pode ser compreendida a partir desta relação.

⁵ As SDA trabalhadas com os estudantes estão disponíveis nos apêndices dessa dissertação.

Entendemos ser oportuno indicar que foi iniciado o desenvolvimento de um terceiro movimento, com uma SDA que discutiria o conceito de logaritmo. Todavia, não evidenciaremos este movimento, pois, no decorrer do processo, os alunos tiveram que se ausentar das aulas devido demandas da escola. Essa ausência foi devido a falta de água e problemas estruturais devido a chuva. É importante ressaltar que mesmo não finalizando este terceiro movimento, a professora pesquisadora verificou a possibilidade de propor ações intencionais para superar as defasagens sobre o ensino de potenciação – tema pertencente ao currículo do ensino fundamental – a partir do ensino dos logaritmos, estudados no ensino médio.

Deste modo, o experimento formativo foi organizado para possibilitar encontrarmos evidências a respeito da potencialidade de os estudantes desenvolverem o pensamento funcional, incluindo a apropriação de conteúdos progressos nestas representações, comparações e na evidência de reconhecimento dos padrões.

3.5 Metodologia de organização da análise dos dados

Como forma de organização da análise dos dados produzidos e coletados durante a pesquisa, adotamos, a princípio, o conceito de isolado proposto por Caraça (2002). A abordagem deste conceito remete ao estudo de um fato da realidade, que pode se beneficiar de uma perspectiva, que busca compreender as relações e interações entre os diferentes elementos envolvidos. Ao destacar o conceito de isolado, Caraça (2022) aponta para evidenciarmos um recorte da realidade no constante movimento do mundo.

Compreendemos que a ideia de isolado seja adequada à análise do movimento de formação acompanhado durante o experimento formativo, pois, de acordo com Caraça (1989) a ciência é constituída pela explicação das relações entre os fenômenos do mundo físico e a humanidade ou seja superando aquilo que caracteriza o senso comum, em que as conclusões sobre os fenômenos da natureza se resumem a descrições subjetivas de cada indivíduo sobre aquilo que observa, a ciência busca explicar esses fenômenos em suas relações com a humanidade de forma que tal explicação representa os seus aspectos em qualquer lugar social e momento histórico. (Virgens, 2019, p. 148)

A ideia defendida por Caraça (2002) nos indica que a realidade é composta pela interdependência entre os objetos que a compõem e pela fluência constante e nos leva a refletir sobre a dificuldade de estudar um fato da realidade. Dessa

forma, devemos realizar recortes, que constituem os isolados, os quais possibilitam essa análise por guardarem em si a essência daqueles movimentos mais amplos que extrapolam os contextos particulares e singulares em que acontecem. Ao lidar com um problema de pesquisa em uma realidade complexa, pode ser útil adotar abordagens multidisciplinares, que envolvam diferentes áreas do conhecimento. Isso permite uma compreensão mais abrangente e a consideração de múltiplos aspectos que podem influenciar o fenômeno em estudo.

Entendemos que para estudar um recorte da realidade, à medida que olhamos para Caraça (2002), trazemos indícios que remetem aos sentidos pessoais dos estudantes de forma independente, considerando suas interconexões e relações com outros elementos, bem como aos movimentos de tais sentidos em direção aos significados sociais que representam os objetos de ensino.

Nossa análise ocorrerá por meio de dois isolados, o primeiro denominamos: “Mobilidade Urbana: Um problema modelado pela função afim” e o segundo “Educação Matemática Indígena: o cálculo de área sob a perspectiva Palikur”. Os títulos dos isolados, procuram reunir episódios que constituirão uma representatividade da realidade que envolve a organização da atividade de ensino sobre função afim e função quadrática. A partir da proposta de se revelar os isolados, partimos para o conceito de episódio e cenas segundo Moura (2000).

O conceito de *episódio* pode ser entendido como uma unidade ou recorte do isolado, o que remete a uma forma de análise que busca compreender um evento ou momento específico dentro de um contexto mais amplo. Ao focalizar em um episódio, é possível explorar suas características, causas e consequências, permitindo uma análise mais aprofundada e contextualizada. Já o conceito de *cena* focaliza ainda mais o escopo de análise, considerando não apenas o episódio em si, mas também os elementos e atores que o cercam. Uma cena engloba as interações, relações e contextos em que um episódio ocorre, levando em conta os diversos fatores e influências que podem estar envolvidos. Essa abordagem permite uma compreensão mais abrangente da realidade, reconhecendo as interdependências e conexões entre os elementos em um determinado contexto.

Em nossa pesquisa caracterizamos dois episódios, sendo um referente a cada um dos isolados, de modo que o primeiro está subdividido em três cenas e o segundo em duas cenas. Essa organização é fundamental para podermos apresentar os indícios de sentidos dos estudantes que possam ser compreendidos como momentos em que pudemos reconhecer potencialidades para a superação de defasagens de aprendizagem no contexto de práticas de ensino do conceito de função Instrumentos de coleta e organização dos dados.

3.6 Instrumentos de coleta e organização dos dados

Os movimentos realizados pelos estudantes, tiveram seus registros realizados pela pesquisadora e pelos participantes, e foram coletados por meio de recursos de áudio, vídeo e registros escritos. Elaboramos o Quadro 1, a seguir, apresentando os instrumentos utilizados.

Quadro 1: Instrumentos de Coleta

Tipo de dado	Descrição	Instrumento
Gravação em áudio e vídeo	Gravação em áudio das discussões dos sujeitos durante os encontros.	Gravador de voz e vídeo
Diário de Campo da Pesquisadora	Registro escrito realizado pela pesquisadora sobre as atividades propostas e encaminhamentos realizados.	Diário de campo
Registro escrito pelos estudantes	Registro dos relatos realizados pelos estudantes	Folhas para relato
Relato e registro das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem realizadas pelos estudantes	Relato das situações desencadeadoras de aprendizagem	Caderno dos estudantes

Fonte: Elaborado pela autora

Os dados coletados foram transformados em registros escritos, compostos pela transcrição literal e registrados na íntegra, preservando a fala dos estudantes. Os isolados anteriormente mencionados, bem como seus episódios e cenas serão discutidos no capítulo 4. Apresentaremos a análise dos dados coletados, mostrando, à luz do referencial teórico apresentado no capítulo

2, o movimento dos sentidos pessoais durante a atividade, atribuídos pelos estudantes durante o percurso do experimento formativo, em diálogo com os significados sociais impregnados nos conceitos em estudo.

4. SUPERANDO DEFASAGENS A PARTIR DOS ESTUDOS DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Neste capítulo analisamos os dados resultantes do experimento formativo realizado com os estudantes da segunda série do ensino médio, na rede pública estadual de São Paulo. Para isso, organizamos a análise em dois momentos. O primeiro isolado é intitulado “Mobilidade Urbana: Um problema modelado pela função afim”⁶ e o segundo isolado recebe o título “Educação Matemática Indígena: o cálculo de área sobre a perspectiva Palikur”.

O primeiro isolado teve como objetivo acompanhar os sentidos pessoais atribuídos pelos estudantes durante a atividade de ensino para o conceito de função polinomial de primeiro grau, em especial os sentidos sobre como se dão as relações de dependência biunívoca entre duas variáveis, pois estes podem se constituir como indícios da superação de defasagens a respeito do conceito de polinômios. Para tratar deste isolado, apresentamos um episódio composto por três cenas.

Já o segundo isolado teve como objetivo acompanhar os sentidos pessoais atribuídos pelos estudantes durante a atividade de ensino para o conceito de função polinomial de segundo grau, em especial os sentidos sobre relações entre lados e diagonais do quadrado, pois estes podem se constituir como indícios da superação de defasagens a respeito dos conceitos de número irracional e áreas de figuras planas. Neste segundo isolado, também destacamos um episódio composto por duas cenas.

4.1 ISOLADO 1 – MOBILIDADE URBANA: UM PROBLEMA MODELADO PELA FUNÇÃO AFIM

Esse isolado surge do movimento dos sentidos dos estudantes que apontam para a importância das questões cotidianas da própria realidade dos estudantes nos processos de ensino e na superação de defasagens. Na contemporaneidade, as cidades enfrentam desafios complexos no que diz respeito à mobilidade urbana, envolvendo aspectos como o crescimento

⁶ O nome da do isolado foi definido a partir das notícias de jornais que circulavam na época em relação ao aumento da tarifa do transporte público.

populacional, a infraestrutura viária e a eficiência dos transportes públicos. Nas periferias, a questão da mobilidade ganha relevância, pois afeta diretamente a vida dos estudantes. Questões tradicionalmente apresentadas em livros e materiais didáticos e artificialmente elaboradas, que muitas vezes tratam do valor de uma corrida de táxi, utilizando termos como *bandeirada*, *bandeira 1* ou *bandeira 2*, fogem absolutamente da realidade dos estudantes, que, na maioria das vezes, nunca andaram em um táxi.

Reconhecendo que utilização da função afim como um modelo matemático potencializa analisar e compreender, de forma quantitativa, variáveis como o valor de tarifas e deslocamento urbano, a distância percorrida e a variação do tráfego, propomos uma SDA que promove a aproximação das situações em estudo da realidade dos estudantes e potencializa o diálogo com sentidos pessoais iniciais. Entendemos que o desenvolvimento de movimentos de soluções e estratégias pode culminar na aprendizagem dos conceitos – de função, nesse caso – e na superação de defasagens de aprendizagem de conceitos estudados em contextos progressos de escolarização.

Este isolado trata de uma SDA que remete à investigação da função afim como uma ferramenta analítica para compreender e resolver questões relevantes no contexto da mobilidade urbana. A função afim, devido à sua potencialidade para representar relações lineares, torna-se um conceito fundamental para modelar situações complexas envolvendo deslocamentos e fluxos urbanos. A análise de problemas relacionados ao reconhecimento de relações entre grandezas, como tempo médio de deslocamento entre pontos estratégicos da cidade e planejamento de rotas eficientes, são aspectos passíveis de serem explorados, no contexto do ensino de funções, como desencadeadores de superação de defasagens de aprendizagem sobre variáveis, equações e polinômios. É essa potencialidade que buscamos explorar em nossa proposta formativa e que apresentamos no episódio a seguir.

4.1.1 Episódio 1: superação de defasagens em relação a equação polinomial de grau 1

Este episódio teve como objetivo analisar como os estudantes atribuíram sentidos sobre a situação proposta da primeira SDA, que está fundamentada na questão histórica do conceito de função, o qual, por sua vez, surge da

necessidade de controlar a relação de duas grandezas que se relacionam, neste caso a tarifa de ônibus e nas relações que os estudantes podem se apropriar a partir deste conceito. Conseqüentemente, a capacidade dos estudantes de formalizar o pensamento funcional aparece na representação e na comparação, evidenciando os padrões.

Para este episódio elencamos cenas que se constituem como indícios de movimentos de sentidos sobre a identificação de padrões e a generalização de situações que se organizam de modo linear, representadas por modelos matemáticos, tal e qual acontece quando estudamos equações polinomiais de primeiro grau.

Nossa proposta é a de apresentar o problema de tal forma que o aluno esteja diante da necessidade de generalizar situações que remetam aos conceitos (historicamente significados) de variáveis e incógnitas, tendo como ponto de partida seus sentidos pessoais.

4.1.1.1 Cena 1: sentidos pessoais próximos do conceito de variável

O recorte que apresentamos decorre dos movimentos do Grupo X, constituído durante a Situação Desencadeadora de Aprendizagem (MOURA, 2000). A fim de compreender o movimento de superação de defasagens, torna-se fundamental lembrar, novamente, que todos os cinco estudantes que participaram das discussões no grupo aqui destacado apresentavam indícios de sentidos pessoais iniciais que apontavam para dificuldades de aprendizagem de matemática, agravadas durante a pandemia, de modo a não compreenderem significados matemáticos associados aos estudos de Polinômios e Resolução de Equações Polinomiais do 1º grau – objetos de estudos do Ensino Fundamental – apesar de serem alunos matriculados no Ensino Médio.

A princípio foi solicitado que os alunos e alunas se reunissem em grupos para a leitura compartilhada do texto jornalístico “Ao menos 10 cidades da Grande SP anunciam aumento em tarifas de ônibus a partir de 1º de janeiro”⁷ e discutissem algumas questões sobre o conteúdo da matéria.

1) *Vocês sabiam que o preço da passagem em 2023 aumentará?*

⁷ Disponível em: <https://g1.globo.com/sp/sao-paulo/noticia/2022/12/31/nove-cidades-da-grande-sp-anunciam-aumento-em-tarifas-de-onibus-a-partir-de-1o-de-janeiro.ghtml>

- 2) *Vocês costumam utilizar transporte público?*
- 3) *Quais tipos de transportes utilizam então?*
- 4) *Dentro dessas respostas, vamos pensar que vocês são donos de uma empresa, como vocês acham que o RH de uma empresa calcula o valor da condução fornecido a cada funcionário?*
- 5) *E o funcionário, também consegue calcular este valor corretamente? De que modo?*

Entendemos que tais questões se constituíram como Problemas Desencadeadores de Aprendizagem (Virgens, 2019), especificamente como uma Situação Emergente do Cotidiano, pois tiveram como objetivo no contexto da organização consciente da atividade, a busca por reflexões que fossem indícios de movimentos que caracterizassem um avanço do conhecimento dos sujeitos por meio do processo de análise e síntese e permitem desenvolver a capacidade de lidar com outros conhecimentos, conforme propõe Moura (2000, p. 35).

O propósito das questões buscava suscitar a necessidade de reconhecer sentidos que se aproximassem dos significados de variável e incógnita, os quais são importantes no processo de significação tanto do conceito de função, quanto dos conceitos de polinômio e equação. Por exemplo, o Grupo X respondeu às questões apresentadas pela professora da seguinte forma:

Professora: Vocês sabiam que o preço da passagem em 2023 aumentará?

Ma: Eu vi no jornal.

Mi: Não vi.

Sa: Nem eu.

Professora: Vocês costumam utilizar transporte público?

Mi: Não, só meus pais.

Ma: Não .

Sa: Também não.

Professora: Quais tipos de transportes utilizam então?

Ma: ônibus, metrô, uber

Mi: uber, trólebus.

Ma: não existe mais trólebus é metra⁸

Sa: sou pobre vou a pé ou de bicicleta.

Professora: Dentro dessas respostas, vamos pensar que vocês são donos de uma empresa, como vocês acham que o RH de uma empresa calcula o valor da condução fornecido a cada funcionário?

Ma: olhando os dias e o valor da condução

Mi: acho que é com os dias de trabalho que ele vai

⁸ A Metra - Sistema Metropolitano de Transporte é uma empresa de ônibus localizada em São Bernardo do Campo, São Paulo, Brasil. Criada em 1997 para administrar os Corredores São Mateus–Jabaquara e Diadema–Morumbi

Sa: olhando os dias e o valor da condução.

Ka: eu acho igual a eles.

Na: eu também.

Professora: E o funcionário, também consegue calcular este valor corretamente? De que modo?

Ma: Eu conseguiria, dá para multiplicar pelos dias trabalhados o valor.

Mi: depende, se ele tiver tudo anotado certinho.

Professora: Vocês acreditam que existe um modelo matemático capaz de nos ajudar entender essa questão?

Ma: Acho que sim, a matemática resolve muitas coisas, olhando assim nem parece difícil.

Na discussão do grupo, podemos perceber indícios de sentidos pessoais que se aproximam do conceito de variável, sobretudo quando os estudantes percebem e expressam que o valor do vale transporte *depende* do valor de cada condução e da quantidade de dias que o funcionário vai à empresa. Eles também reconhecem a multiplicação como operação matemática que será evocada para o cálculo, ainda que não possuam os valores a serem multiplicados, o que remete a processos de pensamento generalizante, em detrimento do que aconteceria se eles tivessem valores para serem multiplicados para encontrar soluções particulares.

Essa análise sugere que os movimentos de escolarização pregressa não lograram êxito em aproximar esses prováveis sentidos pessoais de significados matemáticos próximos, de modo que os estudantes não se conscientizaram dos conceitos de variável e incógnita que estão presentes nesses sentidos pessoais, porém implicitamente é possível perceber no diálogo elemento sutis de relação de dependência entre as variáveis.

4.1.1.2 Cena 2: a relação entre variáveis e a superação de defasagens relacionadas à resolução de equações

Ainda no contexto da discussão suscitada a partir da matéria jornalística, ampliada, no contexto das contribuições dos estudantes, para uma discussão sobre o transporte e deslocamento urbano, a professora apresenta a seguinte provocação: vamos supor que vocês vão se deslocar até o shopping Diadema, como vocês iriam?

A partir desse novo problema, em que a professora propunha uma reflexão sobre o deslocamento dos estudantes, considerado como uma variável, e como isso teria impacto com o aumento da tarifa, entendida como outra variável, os estudantes tiveram um momento nos grupos para problematizar

diversas situações que poderiam impactar o deslocamento até o *shopping*. A expectativa da professora era que os estudantes fossem capazes de estabelecer relações de dependência entre essas variáveis, aproximando seus sentidos do conceito de função.

De início os estudantes levaram um tempo para compreender a proposta e depois de questionarem a professora iniciaram as reflexões em grupo. Evidenciaremos o diálogo do grupo X.

Professora: Vamos supor que vocês vão se deslocar até o shopping Diadema, como vocês iriam?

Ma: Eu sempre vou de UBER, acho que daqui até lá só compensa se for de UBER... é mais barato?

Mi: Mas aí eu acho que a conta muda, acho que o UBER temos que pensar no tempo e na quilometragem.

Ma: E no UBER o preço da gasolina deve estar embutido.

Sa: Melhor ir de bicicleta ou de metra.

Ka: Já sei que vamos usar outra letra além do "x".

Ma: a gente pode responder que a conta fica mais fácil se for de ônibus, mas aí a gente fala que de UBER é melhor até o shopping porque vamos juntos em e cabe todos no carro e no ônibus seria uma passagem pra cada.

Verificamos agora que há indícios de um movimento dos sentidos pessoais dos estudantes ao analisarem a situação e trazerem a preocupação a respeito do formato de uma possível generalização. Na problematização apresentada a necessidade de identificar padrões e generalizar situações tende a ser superada quando os estudantes percebem que o valor a ser pago pelo deslocamento urbano pode *depend*er de algumas variáveis como a distância percorrida, o tempo que o usuário fica utilizando o sistema de transporte, o valor do combustível e o tipo de transporte, podendo até mesmo ser *gratuito*, como ocorre se o deslocamento ocorrer com bicicleta.

Ao discutir essas ideias os sentidos dos estudantes se aproximam sensivelmente do conceito de variável, sobretudo quando um estudante aponta sua *descoberta* de que "vamos usar outra letra além do 'x'", pois ele está indicando que reconhece que há uma correlação direta entre a representação literal e a variável, ou seja, entre significado e significante. Dessa forma, se devemos representar variáveis que são diferentes entre si, devemos escolher letras, da mesma forma, distintas entre si.

A conclusão de MA, em forma de proposta de resposta à questão apresentada pela professora, quando indica que "de UBER é melhor até o

shopping porque vamos juntos e cabe todos no carro e no ônibus seria uma passagem pra cada" pode ser considerada como síntese da compreensão dos conceitos de variável, bem como indicia um movimento de reconhecimento de que há uma relação de dependência entre as variáveis que vai sustentar a constituição da aprendizagem do conceito de função.

Com esse movimento, estamos demonstrando que, ainda que os indícios de sentidos pessoais iniciais dos estudantes não apontassem para a apropriação dos conceitos de variável e incógnita para a representação polinomial de expressões algébricas, não foi necessário suspender a organização do ensino voltado ao ensino de função polinomial do 1º grau para ensinar, em um contexto daquilo que é tradicionalmente chamado de *recuperação contínua*, e nem de segregar os estudantes que não dominam esse conceito previamente, nos chamados movimentos de *recuperação paralela*, para potencializar a superação dessas defasagens de aprendizagem. Esse movimento de superação pôde ser feito no contexto da própria atividade de ensino em razão de ela ter sido intencionalmente organizada para tal.

A superação da defasagem inicial fica caracterizada na sequência, quando a professora apresenta a seguinte proposta a ser discutida e resolvida:

Figura 1: proposta síntese de compreensão sobre função e variáveis

Fonte: elaborado para a pesquisa

GRUPO:

- 1- O preço da passagem de ônibus urbano comum na cidade de Diadema é de R\$4,25. Com base nesse dado complete a tabela a seguir e responda:

Número de Passagens	1	2	5	8	10
Valor a ser pago					

Responda as seguintes questões:

- 2- É possível determinar quantas passagens foram pagas, se o valor total pago foi de R\$ 119,00?
- 3- O que é constante nesse problema?
- 4- O que é variável nesse problema?
- 5- Se representarmos por P o valor a ser pago e x o número de passagens pagas, estabeleça a relação matemática que possa modelar essa situação.
- 6- A partir do conceito de função ("Dados dois conjuntos A e B não vazios, uma função $A \rightarrow B$ é uma relação que associa cada elemento A a um único elemento B"). Será que poderemos afirmar que P é função de x? Reescreva esta relação em termos de função.
- 7- Construa o gráfico valor a ser pago em função do número de passagens.

À apresentação da proposta representada na Figura 2, seguiu-se a seguinte discussão no Grupo X:

Ma: Isso tá muito fácil, é muito estranho.

Mi: Tá mesmo.

Ma: Não pode ser... tem alguma coisa estranha... ela [a professora] não ia passar isso.

Sa: Não mesmo, mas vamos fazer.

Professora: O que foi pessoal?

Ma: Nada, só está estranho, muito fácil...

Professora: Está fácil, que bom! Nem tudo precisa ser difícil. Conseguiriam pensar em conjunto nas respostas?

Ma: Estamos fazendo.

Mi: A 1 é tranquila, pega a calculadora aí e divide o R\$119 por R\$4,25

Sa: 28

Mi: Essa 2 a constante é o que fica e a variável o que vai mudar... então dá para responder as duas juntas, coloca aí que a passagem é constante.

Ma: Isso! O valor só vai mudar da quantidade que a pessoa pegar.

Sa: Então... dá para fazer a 6 dessa daí, tem que montar a conta.

Mi: Coloca aí: o P é o total então vai ser P igual a R\$4,25 vezes a quantidade.

Ka: Eu não entendi...

Mi: Olha KA você vai olhar aqui e ver o P da passagem... vai ser o valor da condução vezes quantas vai pegar, tipo comprar pão.

Apesar das indicações iniciais dos estudantes, o movimento foi sintetizado com a superação da defasagem representada pela indicação de que a resolução das questões era *fácil*, o que causou a estranheza dos estudantes, pois, até então, as propostas de matemática eram consideradas por eles como sendo

difíceis e era isso, em suas concepções iniciais, que caracterizava as tarefas de matemática.

De fato, entendemos que se os estudantes não se conscientizassem sobre o conceito de variável e de incógnita, responder às questões poderia ser uma tarefa mais complexa. Todavia, para nós, o ponto a ser enfatizado é que tal superação se deu no contexto das práticas regulares de ensino, comprometidas com o componente curricular da série/momento em que os estudantes estavam, e incorporando o movimento de superação das defasagens no contexto da própria atividade.

Dentro da THC, a abordagem de Vygotsky (2001) em relação ao pensamento e ao desenvolvimento cognitivo é fundamental para entender como os estudantes constroem seu conhecimento matemático e como esse processo está intimamente ligado às interações com o meio sociocultural. Vygotsky (2001) enfatiza que o pensamento humano é moldado e enriquecido por meio da interação com o ambiente e com outras pessoas. No contexto da formação matemática dos estudantes do ensino médio, isso significa que o processo de aprendizagem da matemática não ocorre de maneira isolada, mas está profundamente enraizado em suas experiências e interações cotidianas.

Destacamos como elemento de análise, o ensino do conteúdo de funções matemáticas, que desempenham um papel importante dentro do Ensino Médio, pois permitem que os estudantes estabeleçam relações entre objetos matemáticos e compreendam como diferentes grandezas estão relacionadas. O conceito de função é, de fato, muito amplo e transcende a mera definição formal.

A ideia de função se aplica a uma variedade de contextos matemáticos e do mundo real, o que torna a aprendizagem da matemática mais significativa quando os estudantes podem relacioná-la a situações emergentes do cotidiano. A perspectiva de Vygotsky (2001) enfatiza essa interação, o contexto sociocultural e as experiências práticas como componentes essenciais na formação matemática dos estudantes, tornando o aprendizado da matemática significativo, ou seja, o ensino aproxima sentidos pessoais dos estudantes de significados sociais, históricos e culturalmente estabelecidos.

Como proposta para a superação de defasagens durante as aulas de matemática voltadas à aprendizagem do conceito de funções, a organização do ensino, defendemos, deve envolver a compreensão de como as funções

matemáticas operam e de como variáveis se relacionam umas com as outras, em um movimento que desencadeia a generalização algébrica.

As funções representam um importante conceito matemático, pois permitem, além de outras habilidades fundamentais na formação humana, generalizar, inferir, prever, conjecturar, levantar hipóteses, testar, estabelecer conclusões, representar, simbolicamente ou não. Além de estabelecer relações com outros sentidos pessoais que remetam à contagem, interpretação de gráficos, tabelas e aplicação de técnicas de resolução de equações. (Ferreira, 2021, p. 38)

Ao ensinar funções, como indica Vygotsky (2001), oferecemos aos estudantes um passo a partir do qual ele poderá dar outros cem passos que envolvem o pensamento funcional, com o desenvolvimento de estratégias para abordar situações que envolvem múltiplas grandezas, variáveis, proporcionalidade, operações algébrico-aritméticas, operações inversas, reconhecimento de padrões etc. A capacidade de pensar de forma funcional potencializa a superação de defasagens de aprendizagem de conceitos matemáticos que foram (ou deveriam ter sido) objeto de estudos pregressos. Isso ocorre porque eles são capazes de fazer conexões entre diferentes tópicos matemáticos e ampliar conceitos de maneira flexível e contextualizada.

4.1.1.3 Cena 3: consolidação do cálculo envolvendo equações do primeiro grau no contexto dos estudos de funções

Nessa cena tratamos dos movimentos decorrentes da proposta para que os estudantes apresentassem a solução da SDA a partir de todas as relações feitas, durante a leitura do texto, da problematização, relacionando a situações emergentes. Para entendimento das relações estabelecidas pelos estudantes, reproduzimos o seguinte trecho da discussão.

*Ma: Sim, esse modelo da resposta da 6 parece equação;
Mi: e só usamos as quatro operações.
Ma: Não fizemos o gráfico, mas dá pra ver que ele ia subir bastante
Sa: Não mesmo, mas vamos fazer
Ka: Eu consegui entender com a ajuda do Mi e Ma.
Jo: Professora dá para usar com outras coisas também tipo compra e açougue.
Ju: Dá para usar até na padaria.⁹*

Apesar de a SDA abordar, particularmente, uma situação emergente do cotidiano, há um movimento de abstração que supera essa mesma situação,

⁹ Jo e Ju são colegas da turma que estiveram presentes durante o diálogo.

remetendo a uma forma específica de pensamento que pode ajudar a compreender outras situações que envolvem variáveis. Neste caso os estudantes ressignificaram seus próprios sentidos, ou seja, seus sentidos se movimentaram para incluir novos significados, os quais remetem a processos históricos e culturais de generalização e, conseqüentemente, de produção de conhecimentos. A esse movimento, chamamos aprendizagem significativa, já que sintetiza o que era esperado pela professora-pesquisadora, da importância da Matemática no contexto histórico e cultural dos estudantes, pois a matemática não deve ser vista como algo isolado do mundo real, mas sim como uma ferramenta para compreender e lidar com as situações cotidianas.

No caso dos estudantes, eles compreenderam que, a partir das relações que podemos estabelecer entre variáveis, podemos *fixar* uma das variáveis e verificar o que acontece com a outra, o que pode ser feito por meio do cálculo envolvendo equações polinomiais do primeiro grau. Ainda que os estudantes não tenham chegado a definir polinômio ou explicitar rotinas que envolvem a resolução de equações, está implícito que seus sentidos passaram a compreender situações em que há relação entre grandezas e identificar operações que devem ser evocadas para, uma vez determinadas uma das variáveis (o que remete à ideia de variável independente nos estudos polinomiais), poderem calcular a outra variável – a variável dependente – que assume, então a função de incógnita de uma equação.

Ao relacionar a Matemática com a realidade e o cotidiano dos alunos, é possível tornar a aprendizagem significativa e relevante para eles. Uma abordagem que busca conectar a Matemática com a realidade dos estudantes é aquela que valoriza os sentidos e significados dos conceitos matemáticos. Isso envolve explorar como os conceitos e as operações matemáticas são utilizadas em situações reais, de modo que os estudantes possam compreender a importância e a utilidade prática desses conhecimentos. Superar a ideia de que a Matemática é uma ciência *pronta* e imutável é essencial para incentivar a criatividade, a reflexão e a busca por soluções inovadoras.

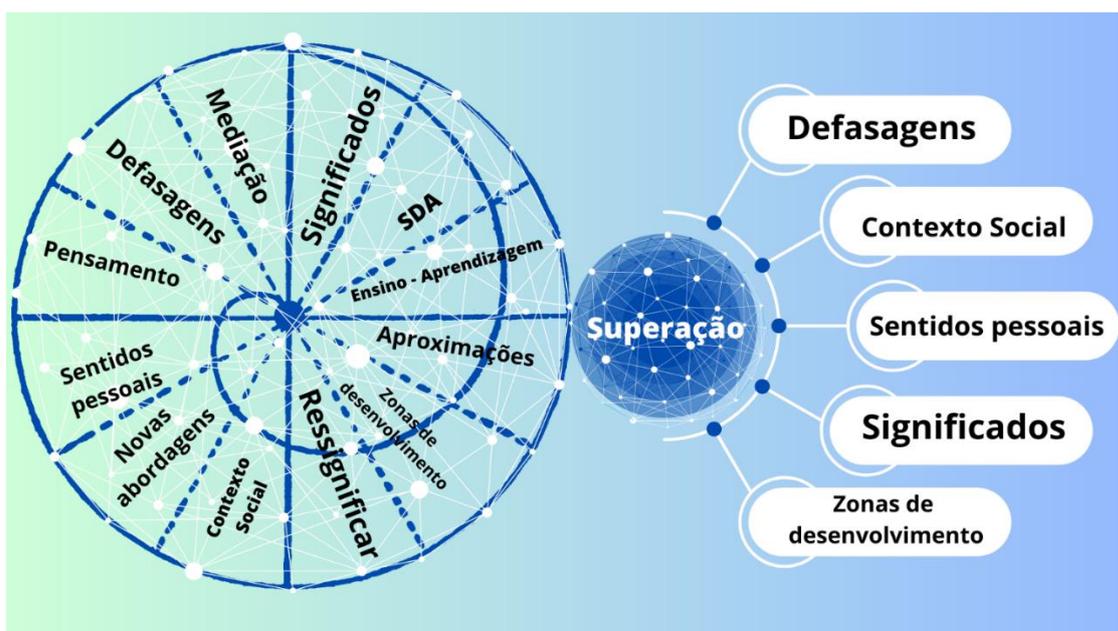
A seguir, buscamos estabelecer uma síntese dos movimentos dos sentidos dos estudantes, bem como da superação das defasagens de aprendizagem identificadas.

4.1.2 Síntese do isolado 1

A figura 3 remete ao movimento dos sentidos dos estudantes no contexto da AOE, em que houve um movimento não linearizado que favoreceu a superação das defasagens de aprendizagens verificadas no início do movimento formativo. Em síntese, os integrantes do Grupo X compreenderam, a partir da SDA, não apenas o conceito de função polinomial do primeiro grau, que constituía o objetivo principal do momento/série que os estudantes estavam estudando, mas também aproximaram seus sentidos de significados que remetem a conceitos que, supostamente, deveriam ter sido aprendidos em momentos progressos da escolarização, como o conceito de variáveis e equação.

Ainda nesse contexto, destacamos que o movimento dos sentidos pessoais atribuídos pelos estudantes, durante a SDA se constitui como indício de que os estudantes entraram em atividade, de acordo com Leontiev (1978), possibilitando, inclusive, a superação de defasagens de aprendizagens e o desenvolvimento do pensamento funcional.

Figura 2: Síntese de Episódio 1



Fonte: Elaborado pela autora

4.2 ISOLADO 2 – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INDÍGENA: O CÁLCULO DE ÁREA SOB A PERSPECTIVA PALIKUR

Nesse segundo isolado realizamos uma análise fundamental dos sentidos atribuídos pelos estudantes ao explorar o conceito de função polinomial de segundo grau. Particularmente, o foco reside na aproximação entre sentidos pessoais que os estudantes atribuem às relações entre os lados e diagonais do quadrado em um movimento de aproximação dos significados que abrangem o conceito de função polinomial de grau dois, ao mesmo tempo em que são potencializadas aprendizagens significativas que remetem à superação de defasagens em relação ao entendimento dos conceitos de área de figuras planas e de número irracional. Ao examinar como os estudantes interpretam e internalizam as relações entre os lados e as diagonais do quadrado dentro do contexto da função polinomial de segundo grau, esse isolado permite compor um episódio cujas cenas indicam que os estudantes entraram em atividade a partir de uma SDA que se constituiu como uma História Virtual do Conceito.

O isolado materializa, ainda, um importante esforço para incorporar nas práticas de ensino de matemática contextos étnico-raciais diversos do tradicional – de caráter eurocêntrico – não apenas por abordar o ensino da matemática em um contexto indígena, mas também por explorar os sentidos pessoais e culturais que os estudantes atribuem aos conceitos matemáticos sem a apresentação direta de definições, fórmulas e técnicas. Ao focar a relação entre lados e diagonais do quadrado, percebida como potencial para a compreensão dos conceitos de área, equação polinomial de grau dois e números irracionais, este isolado ratifica nossa defesa de que o movimento dos sentidos decorrente desses estudos contribui para a superação de defasagens conceituais.

4.2.1 Episódio 2: Superação de defasagens em relação à equação polinomial de Grau 2

A proposta dentro do segundo episódio remete à superação de defasagens relacionadas aos conceitos de área e de número irracional, além da própria função polinomial de grau 2, neste episódio surge novamente a necessidade de formalizar o pensamento funcional a partir das relações e comparações.

Destacamos que este episódio também contempla uma possibilidade de organização do ensino de matemática que contempla o que dispõe a lei nº 11.645 de 2008, em seu artigo 26, quando estabelece:

Art. 26-A. Nos estabelecimentos de ensino fundamental e de ensino médio, públicos e privados, torna-se obrigatório o estudo da história e cultura afro-brasileira e indígena. § 1º O conteúdo programático a que se refere este artigo incluirá diversos aspectos da história e da cultura que caracterizam a formação da população brasileira, a partir desses dois grupos étnicos, tais como o estudo da história da África e dos africanos, a luta dos negros e dos povos indígenas no Brasil, a cultura negra e indígena brasileira e o negro e o índio na formação da sociedade nacional, resgatando as suas contribuições nas áreas social, econômica e política, pertinentes à história do Brasil. § 2º Os conteúdos referentes à história e cultura afro-brasileira e dos povos indígenas brasileiros serão ministrados no âmbito de todo o currículo escolar, em especial nas áreas de educação artística e de literatura e história brasileiras (Brasil, 2008).

O episódio está organizado a partir de duas cenas, conforme apresentamos a seguir.

4.2.2.1 Cena 1: relações entre unidades de medida lineares e áreas

A princípio foi solicitado que os alunos e alunas se reunissem em grupos para a leitura compartilhada do texto “A matemática Palikur no Uaçá, norte do Amapá: a geometria está por toda parte”¹⁰ e discutissem algumas questões.

Compreendemos que os povos originários utilizam a matemática no seu contexto social para as construções de suas casas, confecção de artesanatos e na agricultura, tendo uma relação profunda da matemática em suas culturas e modos de vida. A matemática dos povos originários é por muitas vezes baseada em práticas tradicionais e sistemas de conhecimento que foram desenvolvidos ao longo de gerações para atender às necessidades específicas de suas comunidades.

Muitas culturas indígenas desenvolveram formas de arquitetura e construção que incorporam princípios geométricos. Isso inclui a construção de habitações, templos e estruturas. No texto lido pelos estudantes, os Palikur foram apresentados como um dos povos originários que habitam principalmente a região noroeste do Brasil, no estado do Amapá, bem como partes da Guiana Francesa e do Suriname e, assim como muitos outros povos, têm uma relação profunda com a matemática em suas práticas culturais e modos de vida. A matemática está frequentemente presente nas práticas de construção de

¹⁰ O texto na íntegra está disponível nos apêndices.

habitações e estruturas tradicionais, incluindo a geometria e a engenharia necessárias para criar estruturas duráveis e funcionais e foi neste contexto que apresentamos a SDA.

Foi feita a seguinte proposta aos estudantes:

Professora: Nós, querendo aprender um pouco mais sobre como as formas de medir dos Palikur se relacionam com os nossos conhecimentos de mundo, vamos fazer o seguinte, escolham um pedaço de barbante disponível nas mesas e construa um quadrado com um “braço” de lado, meça sua diagonal, informe o resultado.

Os estudantes do Grupo X apresentaram o seguinte diálogo:

Sa: Não usaremos régua?

Ma: Acredito que não.

Mi: Não precisa, cada um pegou um barbante, usa ele como régua.

Ma: Os barbantes são diferentes.

Mi: Com certeza ela quer os quadrados diferentes para ninguém copiar.

Na discussão do grupo, fica caracterizado indícios de sentidos pessoais que se aproximam do conceito de medida em sua forma padronizada. Ao perguntar sobre a necessidade de uma régua, Sa parece ter em mente a característica mais marcante na definição de um quadrado, que é o fato de seus lados terem a mesma medida. Mi, então, indica que essa característica fica atendida se utilizarem o barbante como unidade de medida, fato que ele refere com a sugestão de *usar o barbante como régua*. Quando os estudantes percebem que os barbantes eram *diferentes* e isso influenciaria no tamanho do quadrado, eles evocam os conceitos de área e perímetro. Apesar de a medida indicada remeter à medida Palikur chamada *braço*, e o texto indicar que para a mesma palavra os Palikur utilizam três medidas diferentes, os sentidos iniciais dos estudantes remeteram a uma suposta estratégia da professora para que os alunos não copiassem as respostas uns dos outros.

Ainda no contexto da discussão e durante a elaboração do quadrado, a professora apresenta a seguinte provocação:

Professora: Pessoal, será que podemos fundamentar na geometria o termo área como uma relação, assim como fizemos na SDA passada? Como será que os indígenas matematizaram seus conhecimentos?

Dá mesma forma, verificamos indícios de um movimento dos sentidos pessoais dos estudantes ao analisarem a situação a respeito de uma possível generalização. Na problematização apresentada a defasagem a ser superada é

iniciada quando eles começam a perceber que a medida de área de um quadrado é uma quantidade bidimensional, pois envolve duas dimensões, comprimento e largura (ambas iguais, no caso de um quadrado), e é expressa em unidades quadradas. Em termos gerais, a área é uma medida bidimensional que descreve quanto espaço uma figura geométrica ocupa em um plano. A bidimensionalidade referente à área na geometria encontra seu paralelo algébrico nas funções polinomiais de segundo grau, que representam a relação funcional existente entre o produto entre o comprimento e a largura.

Partindo desse PDA apresentado pela professora, os estudantes apresentaram a seguinte reflexão:

Ma: Olha os quadrados, são diferentes.

Mi: Eu já fiz aqui a diagonal, ela é a linha reta que liga o vértice do quadrado ao vértice do outro lado e passa no meio.

Sa: Sim Mi, no caso a medida é o lado do braço, já que está tudo em braço. [risos]

Ka: Mas essa diagonal com o barbante não chega até o outro ponto.

Na: Se fosse Pitágoras, a diagonal iria mostrar dois triângulos

Ma: A diagonal não chega, vamos ver a próxima parte.

Na discussão do grupo, podemos perceber indícios de sentidos pessoais em relação à comparação entre as medidas lineares. Os estudantes estão comparando as medidas e chegam à conclusão de que a diagonal do quadrado é maior que a medida de seu lado, mas ainda não definem o quanto é maior. *Na* chega a mencionar *Pitágoras*, em referência ao matemático grego reconhecido por sua demonstração do teorema que trata das relações entre os lados de um triângulo retângulo e que, de fato, não pôde determinar a medida do comprimento da diagonal de um quadrado conhecida a medida de seu lado.

Ao tomarmos por base o processo de interrupção, o último conteúdo que estava sendo contemplado no 9º ano do Ensino Fundamental foi, justamente, aquele se se propunha a discutir o Teorema de Pitágoras. Cabe destacar que *Mi* faz um registro escrito em que indica o seguinte: “você pode usar o teorema de Pitágoras para encontrar o comprimento de um dos lados do quadrado, que é metade da diagonal”. É possível perceber que há um entendimento sobre teorema, porém não conseguiram aproximar o conceito ao que se pede na atividade.

A conclusão de *Mi*, em forma de anotação, foi muito importante para o percurso da SDA, pois indica um movimento de reconhecimento de que há uma relação e que se o estudante reconhece que o comprimento de um dos lados do

quadrado (vamos chamá-lo de "braço") poderá ajudar a encontrar o comprimento da diagonal (D) usando o Teorema de Pitágoras, já que as diagonais formam triângulos retângulos com os lados do quadrado. Ainda que, matematicamente, a relação indicada pelo estudante não esteja correta, já que a medida do lado não corresponde à metade da diagonal, foi importante perceber o indício de sentidos que reconhecem que há uma relação entre esses lados.

Apesar de os estudantes não terem, nesse primeiro momento, chegado a demonstrar uma generalização que remete-se à área dos quadrados em função de seus lados, foi importante perceber indícios de que os estudantes reconheceram haver uma relação assim. Com esse movimento, estamos indicando que, ainda que os indícios de sentidos pessoais dos estudantes não apontem diretamente para um modo geral de calcular a área do quadrado em função de seu lado, eles perceberam que havia uma relação entre a medida dos lados, quando adotavam "*braços diferentes*", e o que eles referiram como *tamanhos diferentes dos quadrados*. Não foi necessário suspender a organização do ensino de função de função polinomial do segundo grau para colocar em movimento os sentidos relacionados ao conceito de área, pois esses sentidos estavam presentes na noção a respeito do *tamanho do quadrado*, que remete justamente ao que, matematicamente, denominamos como *área*.

4.2.2.2 Cena 2: definição de número irracional

Conforme destacamos no primeiro episódio, o ensino de funções desempenha um papel importante dentro do Ensino Médio e as funções quadráticas desempenham um papel significativo em muitos aspectos. Com as funções polinomiais de grau II os estudantes poderão relacionar algumas ferramentas para descrever e prever o comportamento de variáveis em situações do mundo real.

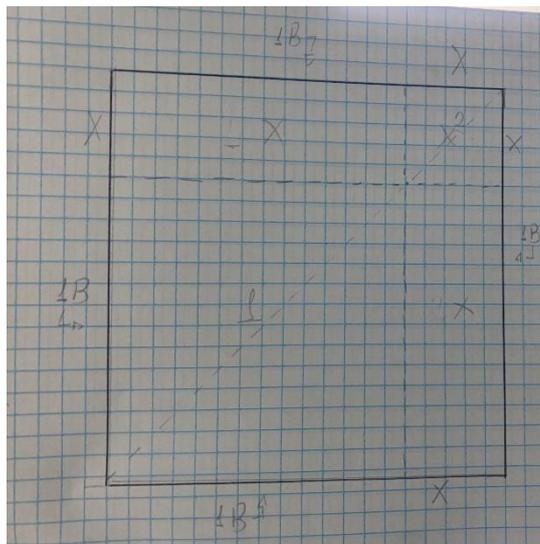
Mas durante os estudos relacionados ao conceito de função polinomial de segundo grau que desenvolvemos, no contexto de nosso experimento formativo, a relação funcional entre o lado do quadrado e a medida de sua diagonal remete a imagens que são números irracionais. Isso porque a diagonal de um quadrado terá como medida o produto entre seu lado e a raiz quadrada de dois. Como a proposta remete à construção de quadrados com barbante em que se assume o

lado medindo uma unidade – o *braço* Palikur – a diagonal deve medir um braço multiplicado pela raiz quadrada de dois, o que é um número irracional.

De modo geral, os números irracionais são ensinados a partir da apresentação de uma definição genérica e abstrata, em que se diz para os estudantes que os números irracionais são aqueles que possuem infinitas casas decimais não periódicas. Entendemos que esta definição de aproximar os sentidos dos estudantes do significado de número irracional, o qual tem relação, na verdade, com a incomensurabilidade entre dois segmentos de reta, ou seja, com a inexistência de uma unidade de medida comum que possa medir, com uma quantidade inteira de múltiplos dessa unidade, dois segmentos distintos.

Nesta cena, pedimos aos estudantes que fizessem representações de suas construções com o barbante, de modo a construir novos quadrados que tivessem como medida do lado a mesma medida das diagonais dos quadrados construídos originalmente e que representassem nesse desenho todas as medidas conhecidas e aquelas que deveriam ser calculadas (que remetessem à diagonal do quadrado original). Os estudantes buscaram então representar em forma de desenho e indicaram, em suas anotações, suas preocupações com “o pedaço de ‘braço’ que faltava para completar o tamanho da diagonal”

Figura 3: representação de $\sqrt{2}$ da diagonal e lados do quadrado



Fonte: elaborado por Mi

No desenho, verificamos que Mi fez uso de representações algébricas que atribuem uma letra para cada uma das variáveis que são verificadas na SDA. O lado do quadrado indica que sua medida seria $1B$ (um braço) mais uma certa

medida x , que seria o faltaria para completar a medida da diagonal do quadrado original, medida em braços.

Nesse desenho verificamos ainda que os estudantes, coordenados pelos movimentos de *Mi*, fizeram subdivisões no novo quadrado, que remetem à estratégia de cálculo de áreas por composição e decomposição de figuras, e que nessas representações eles indicaram, ainda, representações que generalizam o cálculo da área. Esse destaque é importante, pois havia ficado uma lacuna na primeira etapa em relação à explicitação de um modo de generalização para o cálculo da área, mas essa lacuna foi preenchida nesse segundo momento.

Após o compartilhamento dos desenhos, os estudantes apresentaram o seguinte diálogo:

Ma: gente, sobre a atividade¹¹ eu entendi que a diagonal nunca vai completar.

Mi: Completa sim, em artes tinha a Monalisa, que completava.

Ma: Calma, não terminei, estou falando aqui que nunca vai completar pelo tamanho do braço, vai sempre ficar faltando um pedaço e esse pedaço é importante.

Ka: Mas aí dá pra supor que falta poucos centímetros, como não tem régua é ver quantos pedaços de barbante falta.

Mi: Tá, aí teríamos que dividir os barbantes em partes iguais até completar, o que estou falando é que sempre vai faltar um pedaço, então não precisa cortar.

Ma: Então é isso, vamos escrever que sempre vai faltar um pouco do tamanho da diagonal independente do tamanho do barbante.

Na discussão do grupo, percebemos indícios de sentidos pessoais em relação a conceitos geométricos que os estudantes extrapolam para uma generalização importante. Quando *Mi* defende que a diagonal nunca estará completa ele está aproximando seus sentidos do significado que, geralmente, é apresentado aos estudantes impregnado na definição de números irracionais e que se sintetiza na expressão “*infinitas casas decimais não periódicas*”.

O que *Mi* parece ter notado é que para medir exatamente a medida da diagonal do quadrado anterior, precisaríamos subdividir o braço em pedaços menores, de modo que pudessem ser *somados* às medidas já conhecidas – medidas em braços – e teríamos outros valores x ainda por medir. Ora, de fato, no desenho apresentado por *Mi*, verifica-se que há, no canto superior direito, um quadrado de lado x . Mesmo que x se torne cada vez menor, aquele quadrado de

¹¹ O termo está sendo utilizado pelo estudante no senso comum. Remete à ideia de ação, tarefa.

lado x sempre existirá ali. Então, mesmo que se subdivida a unidade de medida em pedaços cada vez menores, sempre existirá um quadrado de lado x que remete à medida que falta para completar a medida da diagonal. Essa é, precisamente, a definição de número irracional.

Dessa forma, ao generalizar uma situação a partir da observação de um padrão que envolve uma relação bidimensional – e, portanto, de grau dois – e estabelecer relações, o estudante pôde aproximar os próprios sentidos de um significado matematicamente complexo que, muitas vezes, é apresentado aos estudantes de modo superficial e genérico.

4.2.2 Síntese do isolado 2

A nossa síntese deste segundo isolado está apresentada na figura 5 e remete aos movimentos dos sentidos pessoais dos estudantes, bem como à dinâmica dos significados no âmbito da Atividade Orientadora de Ensino (AOE). Observamos indícios que apontam para superação de defasagens de aprendizagem a partir de uma SDA composta por uma História Virtual do Conceito pelo estudante.

Em síntese, este isolado possibilitou identificar sinais de um movimento dos sentidos pessoais dos estudantes indicando a superação das defasagens e apropriação dos conceitos de área de figuras planas, relacionadas à generalização de situações particulares a partir do reconhecimento de padrões, bem como do conceito de número irracional.

Figura 4: síntese do isolado 2

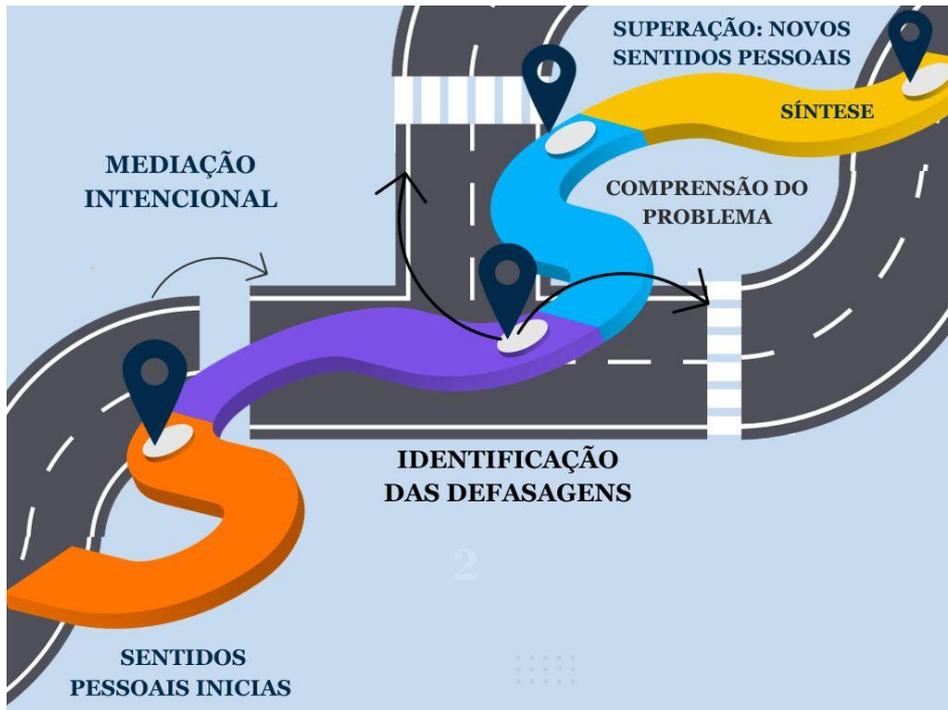


Fonte: elaborada pela autora

4.3 SÍNTESE GERAL DOS ISOLADOS

Os movimentos dos sentidos dos estudantes, apresentados nos dois isolados e sintetizado na figura 6, nos permitiu reconhecer indícios do movimento dos sentidos pessoais dos estudantes que remetem ao desenvolvimento do pensamento funcional, incluindo a superação de defasagens de aprendizagem acumuladas em contextos pregressos de escolarização. O deslocamento apresentado na imagem evidencia os momentos das SDA que serviram como indícios de que estávamos potencializando a capacidade de generalização e superando lacunas de aprendizagem de conceitos que foram abordados em etapas anteriores do ensino assim como no aprendizado de novos conceitos.

Figura 5: síntese geral dos isolados



Fonte: elaborado pela autora

CONCLUSÃO

A busca pela solução da Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA) envolveu a transição do pensamento aritmético para o pensamento algébrico, através do desenvolvimento do pensamento funcional. Durante a atividade, os estudantes fizeram inúmeras relações apropriando de conceitos e conteúdos pregressos. Esse movimento representou uma forma de abstração que envolveu situações envolvendo variáveis e controle de quantidades, potencializando a generalização e a superação de defasagens de aprendizagem de conceitos que foram (ou deveriam ter sido) objetos de aprendizagem em movimentos de ensino progressivo.

A partir dos episódios evidenciados, entendemos que o desenvolvimento do pensamento funcional está diretamente relacionado ao ensino das funções, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento algébrico, de modo geral, a partir das variações e generalizações das grandezas.

Entendemos que esta percepção é favorável à aprendizagem da matemática, pois os estudantes experimentaram uma percepção positiva de sua própria aprendizagem, aproximando seus sentidos pessoais dos significados sociais dos conceitos em estudo. Dessa forma, eles adquiriram uma nova perspectiva sobre o processo de aprendizado ao analisar um conteúdo matemático que surge das situações emergentes do cotidiano e conseguiram aproximar o que foi aprendido a outros conteúdos matemáticos, entendendo que existe uma conexão entre temas, e estas conexões são ferramentas para superar outras defasagens acumuladas.

Esse enfoque possibilitou a reflexão sobre o processo de aprendizado e inspirou a criação de novas abordagens de ensino que têm o potencial de superar defasagens de aprendizagem.

Nesta perspectiva, nossa pesquisa também mostra, complementarmente, que um movimento organizado do ensino pode promover um processo consciente que incorpora a superação das defasagens de aprendizagem, e de modo intencional o desenvolvimento do pensamento funcional. Esse movimento de superação está diretamente relacionado a apropriação de conteúdos pregressos, na superação dos processos aritméticos generalizados que sofreram rupturas.

É notável que a abordagem da SDA também problematiza o entendimento de que as práticas de ensino de matemática são sempre *difíceis*, tenham uma única solução ou envolvam apenas números. Em vez disso, todo o processo reflexivo e cognitivo envolvido na análise e compreensão de situações emergentes do cotidiano é valorizado.

Nesse contexto, a ênfase na resolução de problemas, com o desenvolvimento do pensamento funcional, tornou-se fundamental. Essa abordagem é necessária porque os estudantes estão cada vez mais capacitados a integrar suas experiências pessoais com conceitos matemáticos, unindo teoria e prática de forma significativa. Isso demonstra uma evolução na forma como a matemática é percebida e aplicada, tornando-a mais acessível e relevante para a vida cotidiana dos estudantes.

Entendemos e defendemos que, para que ocorram movimentos que potencializem o desenvolvimento do estudante a partir de sua aprendizagem, bem como para que eles possam superar eventuais defasagens de aprendizagem ainda no contexto dos processos de escolarização da educação básica, é fundamental que haja um processo consciente de organização das práticas pedagógicas que possam aproximar os sentidos dos estudantes de significados sociais históricos e culturalmente estabelecidos, bem como que potencialize a superação das defasagens de aprendizagem. Com esta reflexão, nossa compreensão é de que as práticas de ensino de matemática são intrinsecamente desafiadoras, porém é necessária uma abordagem que coloque os estudantes em atividade de aprendizagem, de modo que eles possam integrar suas experiências pessoais com conceitos matemáticos, unindo teoria e prática de maneira significativa. Dessa forma, poderemos promover uma aprendizagem significativa, assim entendida aquela que aproxima os sentidos dos estudantes dos significados sociais, de modo a conferir aos próprios estudantes o protagonismo sobre seus movimentos de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. *Aquisição e retenção de conhecimentos*. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

BARRETO, M. M. *Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários*. Porto Alegre. 2008.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/CNE, 2018.

BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil. Brasília, 1988.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB. 9394/1996

BRASIL. MEC. Métodos de diagnóstico inicial e processos de avaliação diversificados. In: Base Nacional Comum Curricular (BNCC). 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/194-metodos-de-diagnostico-inicial-e-processos-de-avaliacao-diversificados>. Acesso em 25 de outubro de 2023.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática/Secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

BURIGO, E. Z. *Movimento da matemática moderna no Brasil : estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60*. 1989. 293f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.

CALDAS, Roseli Fernandes Lins ; SOUZA, Marilene Proença Rebello de. Recuperação escolar: uma análise crítica a partir da Psicologia Escolar. In: Revista Quadrimestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional, SP. Volume 18, Número 1, p. 17-25, 2014.

CARAÇA, B. J. Conceitos Fundamentais da matemática. Lisboa: Fotogravura Nacional, 1984.

CARAÇA, B. J.. Conceitos Fundamentais da Matemática. 9 ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1989.

CARAÇA, B. J. Conceitos fundamentais da matemática. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

CEDRO, W. L. O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de matemática: uma perspectiva histórico-cultural. 2008, 242f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2008.

CEDRO, W. L.; MOURA, M. O. Experimento didático: un camino metodológico para la investigación en la educación matemática. Unión (San Cristobal de La Laguna), v. junio, p. 53-63, 2010.

CEDRO, W. L.; MOURA, M. O. Possibilidades metodológicas na pesquisa em educação matemática: o experimento didático. In: Revista Educativa. Goiânia, v. 19, n. 1, p. 121-138, jan./abr. 2016.

CHEVALLARD, Y. La Transposición didáctica: Del saber sábio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique Grupo Editor S.A.1991.

FERREIRA, D. C. Transição do Pensamento Aritmético ao Pensamento Algébrico na Educação de Jovens e Adultos: superando um hiato na formação do professor de matemática. São Paulo. IFSP. 2021.

FREIRE, Paulo. Educação e mudança. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1979.

IBGE. Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) 2023. Disponível em:

https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/media/com_mediaibge/arquivos/8100b5c6e47300b5b9596ced07156eda.pdf. Acesso em: 2023.

LEONTIEV, A. Atividade, Consciência e Personalidade, In: Domínio Público. Tradução: Maria Silvia Cintra Martins. 1983

LEONTIEV, A. O desenvolvimento do psiquismo. Lisboa: Horizonte, 1978. 27

MORETTI, Vanessa Dias; DE MOURA, Manoel Oriosvaldo. Professores de Matemática em Atividade de Ensino: Contribuições da Perspectiva Histórico-Cultural para a Formação Docente. *Ciência & Educação*, v. 17, n. 2, p. 435-450, 2011.

MARX, K. O Capital: crítica da economia política. Tradução por Regis Barbosa e Flávio R. Kothe. Livro 1, v.1, t.1. São Paulo: Abril Cultural, 1985.

MASOLA, Wilson; ALLEVATO, Norma. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. *Educação Matemática Debate*, v. 3, n. 7, p. 52-67, 2019.

MATO GROSSO. Escola ciclada de Mato Grosso: novos tempos e espaços para ensinar. Cuiabá: Seduc, 2000.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: Castro, A. D.; Carvalho, A. M. P. (Orgs.). *Ensinar a ensinar*. São Paulo: Pioneira, 143-162, 2001

MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. *Bolema*, Rio Claro, n. 12, 1996.

MOURA, M. O. O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: Castro, A. D.; Carvalho, A. M. P. (Orgs.). *Ensinar a ensinar*. São Paulo: Pioneira, 143-162, 2001

MOURA, M. O.; LANNER MOURA, A. R. A atividade de ensino de matemática como desencadeadora da formação do professor. In: III Congresso Iberoamericano de Educação Matemática - CIBEM, 1999, Caracas. Resúmenes do III Congresso Iberoamericano de Educação Matemática - CIBEM. Caracas: Asovermat, v. 1. p. 497-507, 1998.

NOVAES, B. W. D., PINTO, N. B. e FRANÇA, I. S. Estruturalismo e Matemática Moderna: dilemas e implicações para o ensino. 2008. Disponível em: <https://estruturalismo.files.wordpress.com/2013/01/> Acesso em: 22/05/2023

RIVEIRA, C. Ideb fica estável, mas aprendizagem retrocede com pandemia; veja as notas. Revista Exame, set. 2022. Disponível em: <https://exame.com/brasil/ideb-2021-resultados/>. Acesso em 27 out. 2023.

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/191-aprendizagem-significativa-breve-discussao-acerca-do-conceito>. Acesso em: Acesso em 27 out. 2023.

SACRISTÁN, J. Gimeno. Saberes e incertezas sobre o currículo. São Paulo: Penso, 2013.

TAVARES, C. Z. Formação em Avaliação: a formação de docentes no enfrentamento de um processo de avaliação a serviço da aprendizagem. 2008. 246 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

VIRGENS, W. P. Problemas Desencadeadores de Aprendizagem na organização do ensino: sentidos em movimento na formação de professores de matemática. 289 f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

VYGOTSKY, L. S. A construção do pensamento e da linguagem. Trad. Paulo Bezerra, São São Paulo: Martins Fontes, 2001. O-GOLDFARB, A. M. O que é História da Ciência. São Paulo: Brasiliense, 1994.

VYGOTSKY, L. S. A construção do pensamento e da linguagem. Trad. Paulo Bezerra, São Paulo: Martins Fontes, 2001

ANEXO A



Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Comitê de Ética em Pesquisa

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Caros, pais ou responsáveis, seu filho está sendo convidado a participar da pesquisa "*O desenvolvimento do pensamento funcional no ensino médio e práticas de ensino e recuperação pós- pandemia.*" a ser realizado na EE João Ernesto Faggin (Dr). cuja pesquisadora responsável é Debora da Conceição Ferreira. O objetivo é apresentar uma proposta formativa para o ensino de funções que potencializem a superação de defasagens de aprendizagem de conteúdos curriculares não aprendidos no contexto do ensino remoto, híbrido ou de outras transições ou interrupções do processo de escolarização. Seu filho(a) está sendo convidada a fazer parte das atividades e ele(a) tem plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem nenhum prejuízo em sua relação com a pesquisadora ou com a instituição. Sua participação não é obrigatória, nem remunerada e consiste em realizar atividades em aula, com auxílio da pesquisadora, durante dez aulas de 45 minutos. Toda pesquisa com seres humanos envolve riscos aos participantes. Nesta pesquisa, os riscos aos alunos são mínimos, como desconforto em relação a algum dos tópicos discutidos ou atividades desenvolvidas e, se isso ocorrer, ele poderá se retirar, bem como a saída a qualquer momento da pesquisa não terá nenhuma influência no processo de avaliação do aluno (a). O benefício desta pesquisa será de contribuir com o desenvolvimento de estudos referentes ao processo de aproximação do conhecimento científico, mais especificamente da educação matemática, no processo formativo dos professores e futuros professores que lecionam matemática. As atividades do projeto serão desenvolvidas em sala de aula, junto os estudantes e com o monitoramento do professor pesquisador. O objetivo deste estudo é contribuir de modo especial com os estudos sobre currículo de matemática, analisando os movimentos formativos de recuperação de aprendizagens matemáticas de estudantes do ensino médio, ao mesmo tempo em que experimentam transições entre propostas didáticas interdisciplinares. Sua participação nesta pesquisa consistirá em conceder a permissão de seu filho (a) para participar das vivências propostas que serão gravadas e fotografadas e depois transcritas para análise. Os materiais coletados (áudios, imagens e registros escritos) serão utilizados somente como dados para a pesquisa e não serão publicados dados referentes a participação, todo material coletado será descartado após cinco anos. O nome e a imagem dos participantes não serão publicados. Caso alguma imagem apareça o rosto do aluno(a), ela será borrada preservando assim a

identidade. Você receberá uma via deste termo na qual consta o telefone e o endereço institucional do pesquisador principal e do CEP, podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento. Destacamos que a pesquisa respeitará as normas estabelecidas pelo Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA). os preceitos da ética de acordo com as normas do IFSP e a dignidade dos estudantes. Este documento está elaborado em duas VIAS, que devem ser rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término por você e pela pesquisadora responsável, ficando uma via com cada

um.  **WELLINGTON PEREIRA DAS VIRGENS**
Data: 11/11/2022 16:19:12-0300
Verifique em <https://verificador.jb.br>

Debora da
Conceição
Ferreira

Assinado de forma digital por
Debora da Conceição Ferreira
Dados: 2022.11.11 14:57:37
-0300

Prof. Dr. Wellington Pereira das Virgens
Orientador - e-mail:
wellington.virgens@ifsp.edu.br
Rua Pedro Vicente, 625
Canindé – São Paulo/SP
Telefone: (11) 3775-4569

Debora da Conceição Ferreira
Mestranda – email:
debora.conceicao@aluno.ifsp.edu.br
São Paulo/SP
Telefone: (11) 98678-6912

<p>COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA Rua Pedro Vicente, 625 Canindé – São Paulo/SP Telefone: (11) 3775-4569 E-mail: cep_ifsp@ifsp.edu.br</p>

Eu, _____, portador(a) do documento de Identidade _____ fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações sobre a pesquisa e autorizo meu filho a participar

Responsável pelo participante

ANEXO B



Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Comitê de Ética em Pesquisa

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa "*O desenvolvimento do pensamento funcional no ensino médio e práticas de ensino e recuperação pós- pandemia.*" a ser realizado na EE João Ernesto Faggin (Dr). cuja pesquisadora responsável é *Debora da Conceição Ferreira*. O objetivo é apresentar uma proposta formativa para o ensino de funções que potencializem a superação de defasagens de aprendizagem de conteúdos curriculares não aprendidos no contexto do ensino remoto, híbrido ou de outras transições ou interrupções do processo de escolarização. Você está sendo convidado(a) a fazer parte das atividades e tem plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem nenhum prejuízo em relação com a pesquisadora ou com a instituição. Sua participação não é obrigatória, nem remunerada e consiste em realizar atividades em aula, com auxílio da pesquisadora, durante dez aulas de 45 minutos. Toda pesquisa com seres humanos envolve riscos aos participantes. Nesta pesquisa, os riscos para você são mínimos, como desconforto em relação a algum dos tópicos discutidos ou atividades desenvolvidas e, se isso ocorrer, você poderá se retirar, bem como sua saída a qualquer momento da pesquisa não terá nenhuma influência no seu processo de avaliação. O benefício desta pesquisa será em contribuir com o desenvolvimento de estudos referentes ao processo de aproximação do conhecimento científico, mais especificamente da educação matemática, no processo formativo dos professores e futuros professores que lecionam matemática. As atividades da pesquisa serão desenvolvidas em sala de aula, junto da professora pesquisadora. O objetivo deste estudo é contribuir de modo especial com os estudos sobre currículo de matemática, analisando os movimentos formativos de recuperação de aprendizagens matemáticas de estudantes do ensino médio, ao mesmo tempo em que experimentam transições entre propostas didáticas interdisciplinares. Os materiais coletados (áudios, imagens e registros escritos) serão utilizados somente como dados para a pesquisa e não serão publicados dados referentes a sua participação, e os materiais coletados serão descartados após cinco anos. O seu nome e sua imagem não serão publicados. Caso alguma imagem apareça o seu rosto, ela será borrada preservando assim a sua identidade. Você receberá uma via deste termo na qual consta o telefone e o endereço institucional do pesquisador principal e do CEP, podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento. Destacamos que a pesquisa respeitará as normas estabelecidas pelo Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), os

preceitos da ética de acordo com as normas do IFSP e a dignidade dos estudantes. Este documento está elaborado em duas VIAS, que devem ser rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término por você, e pela pesquisadora responsável, ficando uma via com cada um.

 Documento assinado digitalmente
WELLINGTON PEREIRA DAS VIRGENS
Data: 11/11/2022 10:22:18-0300
Verifique em <https://verificador.br>
Instituição: IFSP
wellington.virgens@ifsp.edu.br
Rua Pedro Vicente, 625
Canindé – São Paulo/SP
Telefone: (11) 3775-4569

Assinado de forma digital por
Debora da Conceição Ferreira
Data: 2022.11.11 14:39:11
48706

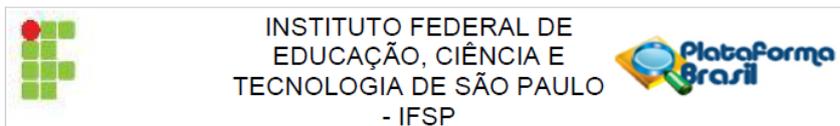
Debora da Conceição Ferreira
Mestranda – email:
debora.conceicao@aluno.ifsp.edu.br
São Paulo/SP
Telefone: (11) 98678-6912

**COMITE DE ETICA EM
PESQUISA**
Rua Pedro Vicente, 625 Canindé –
São Paulo/SP
Telefone: (11) 3775-4569
E-mail: cep_ifsp@ifsp.edu.br

Eu, _____, portador(a) do documento de Identidade _____ fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações sobre a pesquisa e autorizo meu filho a participar

Responsável pelo participante

ANEXO C



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO FUNCIONAL NO ENSINO MÉDIO E PRÁTICAS DE ENSINO E RECUPERAÇÃO PÓS-PANDEMIA

Pesquisador: DEBORA DA CONCEICAO FERREIRA

Área Temática:

Versão: 4

CAAE: 65287822.0.0000.5473

Instituição Proponente: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCACAO, CIENCIA E TECNOLOGIA DE SAO

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.951.806

Apresentação do Projeto:

As informações elencadas nos campos "Apresentação do Projeto", "Objetivo da Pesquisa" e "Avaliação de Riscos e Benefícios" foram retiradas dos campos diretamente preenchidos na Plataforma Brasil (arquivo "PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2045399.PDF", de 18/11/2022) e/ou do Projeto Detalhado ("PROJETO_DEBORA_v2.PDF", de 18/11/2022):

INTRODUÇÃO:

"é necessário uma reflexão sobre os saberes matemáticos desenvolvidos em sala após um período de interrupção do processo de escolarização, assim como analisar as metodologias apresentadas aos estudantes do ensino médio, que, em razão da Pandemia de SARs-COV-2 (COVID-19), transitaram por diferentes contextos de aprendizagens, especialmente aqueles vinculados ao ensino remoto, sistemas híbridos" (PB_informações_básicas.PDF, Resumo).

"este projeto, é subsidiado por elementos da Teoria Histórico-cultural, articulado com a Base

Continuação do Parecer: 5.951.806

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2045399.pdf	14/03/2023 19:14:50		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_Deborav1.pdf	14/03/2023 19:14:20	DEBORA DA CONCEICAO FERREIRA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE_Deborav1.pdf	14/03/2023 19:14:13	DEBORA DA CONCEICAO FERREIRA	Aceito
Outros	CARTA_RESPOSTA_Debora.pdf	14/03/2023 19:07:20	DEBORA DA CONCEICAO FERREIRA	Aceito
Cronograma	CRONOGRAMAV1.pdf	14/03/2023 19:00:50	DEBORA DA CONCEICAO FERREIRA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_DEBORA_V4.pdf	14/03/2023 18:58:30	DEBORA DA CONCEICAO FERREIRA	Aceito
Parecer Anterior	PB_PARECER_CONSUBSTANCIADO_CEP_5930150.pdf	14/03/2023 18:57:01	DEBORA DA CONCEICAO FERREIRA	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	CARTA_AUT_V2.pdf	05/01/2023 17:13:55	DEBORA DA CONCEICAO FERREIRA	Aceito
Outros	SDA_DEBORA.pdf	18/11/2022 16:11:23	DEBORA DA CONCEICAO FERREIRA	Aceito
Folha de Rosto	debora_folhaderosto.pdf	11/11/2022 16:30:44	DEBORA DA CONCEICAO FERREIRA	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

Endereço: Rua Pedro Vicente, 625
 Bairro: Canindé CEP: 01.109-010
 UF: SP Município: SAO PAULO
 Telefone: (11)3775-4665 E-mail: cep_ifsp@ifsp.edu.br

ANEXO D



**INSTITUTO
FEDERAL**

São Paulo

Ministério da Educação

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Instituto Federal Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

Comitê de Ética em Pesquisa

CARTA DE AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL

Prezada Diretora,

Esta Instituição de Ensino está sendo convidada a participar da pesquisa "**O desenvolvimento do pensamento funcional no ensino médio e práticas de ensino e recuperação pós-pandemia.**" a ser realizado na EE João Ernesto Faggin (Dr), cuja pesquisadora responsável é Debora da Conceição Ferreira. Este documento visa assegurar os direitos da instituição como participante. Você receberá uma via deste termo onde constam o telefone e o endereço institucional do pesquisador principal e do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP), podendo tirar suas dúvidas sobre o *projeto e sua participação* agora, ou a qualquer momento. Vale destacar que a Instituição participante não sofrerá nenhum tipo de penalização ou prejuízo caso se recuse a participar ou caso retire a autorização de realização da pesquisa.

Objetivo geral: apresentar uma proposta formativa para o ensino de funções voltadas aos estudantes do segundo ano do ensino médio que potencializem a superação de defasagens de aprendizagem de conteúdos curriculares não aprendidos no contexto do ensino remoto, híbrido ou de outras transições ou interrupções do processo de escolarização.

Metodologia da pesquisa: trata-se de pesquisa de natureza qualitativa, na qual será proposta aos estudantes do segundo ano da instituição uma sequência didática planejada à luz dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, buscando compreender e repensar o processo de ensino-aprendizagem pós-pandemia, não de modo objetivo e sim como elemento desencadeador, de que aquilo que antes era feito, deverá ser superado de modo que coloquem os estudantes em atividade de aprendizagem a fim de superarem defasagens que tenha se acumulado no contexto das interrupções do processo de escolarização, que as condições impuseram em seus movimentos formativos. Como instrumentos para produção de dados serão utilizados: registro audiovisual, registro fotográfico e notas de campo.

Riscos e Benefícios: Toda pesquisa com seres humanos envolve riscos aos participantes. Nesta pesquisa, os riscos aos alunos são mínimos, como desconforto em relação a algum dos tópicos discutidos ou atividades desenvolvidas e, se isso ocorrer, ele poderá se retirar. A participação na pesquisa não será remunerada e contribuirá com o desenvolvimento de estudos referentes ao processo de aproximação do conhecimento científico,

mais especificamente da educação matemática, no processo formativo dos professores e futuros professores que lecionam matemática.

Sigilo e privacidade: A identidade dos participantes será mantida em sigilo e nenhuma informação ou imagem será compartilhada com pessoas que não façam parte da equipe de pesquisa. Nas publicações resultantes desta pesquisa, os nomes e imagens dos participantes não serão divulgados. Os materiais coletados (áudios, imagens e registros escritos) serão utilizados somente como dados para a pesquisa e serão descartados após cinco anos.

Documento assinado digitalmente
gov.br
WELLINGTON PEREIRA DAS VIRGENS
Data: 11/10/2022 16:15:0300
Verifique em <https://verificador.it.br>

Prof. Dr. Wellington Pereira das Virgens
Orientador - e-mail:
wellington.virgens@ifsp.edu.br
Rua Pedro Vicente, 625
Canindé - São Paulo/SP
Telefone: (11) 3775-4569


Debora da Conceição Ferreira
Mestranda - e-mail:
debora.conceicao@aluno.ifsp.edu.br
São Paulo/SP
Telefone: (11) 98678-6912

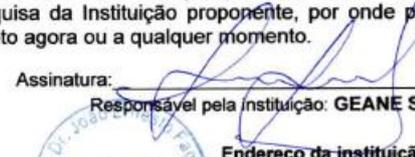
**COMITÊ DE ÉTICA EM
PESQUISA**
Rua Pedro Vicente, 625 Canindé -
São Paulo/SP
Telefone: (11) 3775-4569
E-mail: cep_ifsp@ifsp.edu.br

São Paulo, 18 de Outubro de 2022.

AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DE PESQUISA

Eu, Geane Gomes dos Santos, CPF 245.942.138-10 diretora e responsável pela E.E João Ernesto Faggin (Dr.), declaro que fui informada dos objetivos da pesquisa acima e autorizo sua execução nesta instituição. Não receberemos qualquer pagamento por esta autorização, assim como os participantes da pesquisa também não farão jus a qualquer remuneração por sua participação. Declaro conhecer e cumprir as Resoluções Éticas Brasileiras, em especial a Resolução CNS 196/96. Recebi uma via deste termo onde consta os contatos da pesquisadora responsável e do Comitê de Ética em Pesquisa da Instituição proponente, por onde poderei sanar dúvidas sobre o projeto agora ou a qualquer momento.

Assinatura:


Responsável pela instituição: **GEANE SANTOS GOMES**

Endereço da instituição:

Av. Fulfaro, 141 - Vila Clara Cep: 04414-120. São Paulo -SP

São Paulo, 18 de Outubro de 2022.

APÊNDICE A

Apêndices 1: Reportagem extraída do portal G1.

globo.com g1 ge gshow globoplay ASSINE JÁ DANIELA FERREIRA

MENU g1 SÃO PAULO BUSCAR

fique por dentro Submarino desaparecido Julgamento de Bolsonaro Copom Concursos Quina de São Jo



airbnb
Inverno à sua temperatura
Reserve sua estadia



Ao menos 10 cidades da Grande SP anunciam aumento em tarifas de ônibus a partir de 1º de janeiro

Barueri, Osasco, Carapicuíba, Cotia, Diadema, Itapevi, Guarulhos, Santo André, São Bernardo e São Caetano do Sul anunciaram aumentos.

Por g1 SP e TV Globo — São Paulo
31/12/2022 12h33 - Atualizado há 5 meses

» » » » » »

APÊNDICE B

Etapas:

- Entrega-se uma cópia da SDA para cada grupo realizar a leitura.
- Leitura em conjunto da SDA.
- A professora pesquisadora observa o andamento da tarefa, incentivando o trabalho colaborativo realizando intervenções se necessário.
- Os alunos e alunas registram as atividades na folha de orientação a partir das conclusões que tiveram em grupo.
- Os estudantes são convidados a refletir sobre a tarefa.
- Ocorre a formalização do conteúdo aplicado e contextualização do tema com a prática social dos alunos.

Detalhamento Episódio 1.

Aula: 1 e 2

Conteúdo: Função Linear/Função Afim

Turma: 2º ano do Ensino Médio

Tempo de Aula: 90 minutos – 02 aulas

Objetivo: Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

Aula 01

Realizar com os alunos o levantamento dos seus conhecimentos prévios sobre o tema. A professora pesquisadora deverá registrar no quadro e em seu diário de bordo as informações levantadas.

Sugestões de indagações para iniciar o tema:

- Vocês sabiam que o preço da passagem em 2023 aumentará?
- Vocês costumam utilizar transporte público?
- Quais tipos de transportes vocês utilizam?
- Dentro dessas respostas, vamos pensar que vocês são donos de uma empresa, como vocês acham que o RH de uma empresa calcula o valor da condução fornecido a cada funcionário?
- Vocês acreditam que existe um modelo matemático capaz de nos ajudar entender essa questão?

2º Momento: Problematização – Aula 02

Neste segundo momento, pensando nos questionamentos que os alunos possam ter apresentado sobre o tema no primeiro momento e relacionando com a prática e a vivência de cada um do grupo, a professora pesquisadora mobiliza os estudantes identificando os principais problemas partindo do senso comum e de sua vivência social.

3º Momento: Instrumentalização – Aula 03

A professora pesquisadora realizará uma retomada da discussão anterior e propõe aos estudantes a realização de uma tarefa.

GRUPO:

- 1- O preço da passagem de ônibus urbano comum na cidade de Diadema é de R\$4,25. Com base nesse dado complete a tabela a seguir e responda:

Número de Passagens	1	2	5	8	10
Valor a ser pago					

Responda as seguintes questões:

- 2- É possível determinar quantas passagens foram pagas, se o valor total pago foi de R\$ 119,00?
- 3- O que é constante nesse problema?
- 4- O que é variável nesse problema?
- 5- Se representarmos por P o valor a ser pago e x o número de passagens pagas, estabeleça a relação matemática que possa modelar essa situação.
- 6- A partir do conceito de função ("Dados dois conjuntos A e B não vazios, uma função $A \rightarrow B$ é uma relação que associa cada elemento A a um único elemento B"). Será que poderemos afirmar que P é função de x? Reescreva esta relação em termos de função.
- 7- Construa o gráfico valor a ser pago em função do número de passagens.

4º Momento: Prática Social Final – Aula 03

Neste momento final, a professora pesquisadora propõe aos estudantes uma reflexão sobre as repostas apresentadas com respaldo nos conteúdos estudados. Será nesse momento que os alunos e alunas, a partir do diálogo poderão expressar se houve apropriação do conhecimento científico a partir da prática e as futuras relações que poderão ser feitas por meio dos objetos matemáticas apresentados.

Tempo de Aula: 90 minutos – 02 aulas

Objetivo:

- Calcular área de figuras planas utilizando a unidade de medidas da tribo Palikur.
- Identificar a potenciação para calcular área do quadrado (caso houver).
- Escrever algebricamente a expressão que identifica a área de quadrados, formados por outras figuras planas, usando o conceito dos produtos notáveis.
- Relacionar o conceito de área do quadrado
- Verificar se o uso de atividades mediadas pela História da Matemática pode contribuir para a melhoria da compreensão da resolução das equações do 2º grau
- Identificar de forma prática e dinâmica os conceitos envolvidos na função quadrática

1º Momento: Prática Social Inicial – Aula 01

Realizar com os alunos o levantamento dos seus conhecimentos prévios sobre o tema. O professor pesquisador deverá registrar no quadro e em seu diário de bordo as informações levantadas.

Sugestão para iniciar o tema:

- Compreendemos que os grupos **indígenas** utilizam a **matemática** no seu contexto social para as construções de suas casas, confecção de artesanatos e na agricultura. Partindo do pressuposto da matemática europeia ao qual fomos expostos, como será que os indígenas matematizaram seus conhecimentos?

2º Momento: Problematização – Aula 01

Neste segundo momento, pensando nos questionamentos que os alunos possam ter apresentado sobre o tema no primeiro momento e relacionando com a prática e a vivência de cada um do grupo, o professor pesquisador mobiliza os alunos

identificando os principais problemas partindo do senso comum e de sua vivência social.

3º Momento: Instrumentalização – Aula 01

O professor realizará uma retomada da discussão anterior e propõe aos alunos a realização de uma tarefa.

Parte 01 – Leitura do texto e da proposta de atividade

APÊNDICE C

A matemática Palikur no Uaçá, norte do Amapá: a geometria está por toda parte

Adaptado de: FERREIRA, Mariana Kawall Leal. Madikauku – os dez dedos das mãos: matemática e povos indígenas no Brasil. Brasília: MEC, 1998.

As aldeias Palikur ficam às margens do rio Urucauá, no município de Oiapoque. O povo vive com os Galibi Marworno e os Karipuna do Amapá, na Área Indígena Uaçá. A extensão do território indígena é de 470 mil e 164 hectares. A população Palikur, no início de 1998, era de 760 indivíduos. As casas Palikur são geralmente construídas sobre estacas e possuem assoalho de tábuas e cobertura de palha. A importância da navegação, o conhecimento Palikur do meio ambiente e as atividades de subsistência foram usados para esta apresentação dos Palikur.

Em nossa cultura quantificamos informações, como a porcentagem de ilhas ou terra firme, a população Palikur, o tamanho da área indígena e o número de povos indígenas na região. Mas não é assim que os Palikur pensam o mundo. O modo Palikur de conceber o espaço e classificar os seres que compõem o universo é mais complexo. Não se trata simplesmente de descrever o espaço a partir da navegação, relacionar a vegetação local aos padrões de alojamento ou agrupar produtos agrícolas, caça, pesca e coleta, de acordo com as atividades de subsistência. Os rios, riachos, caminhos, canoas, árvores e produtos da roça são, para os Palikur, seres inanimados, isto é, sem vida. Já seres humanos, animais, o sol, a lua, as estrelas, o trovão e o relâmpago são vivos. Para os seres inanimados, o que importa é o formato geométrico.

Rios, caminhos, fileiras de canoas, penas e fios pertencem à mesma classe porque possuem formato extenso, comprido. Uma fileira de pessoas pertence à mesma classe que uma fileira de plantas na roça. Já roças e plantações fazem parte de outro grupo porque, além de extensas, têm profundidade, largura. Bananeiras, açaizeiros e colares de dentes pertencem a outra categoria, por causa do formato de leque, ou galho com folhas. Maracujás, abacates e outras frutas arredondadas fazem parte da classe das pedras, painéis, relógios e outros objetos, de formato parecido. Espigas de milho, mandioca e bananas, por sua vez, são classificados com espingardas, lanças, agulhas e palitos de fósforo, por causa do formato cilíndrico.

Para complicar ainda mais: se um grupo destes seres estiver amarrado entre si, embrulhado ou disposto em cestas ou canoas, passa a fazer parte de outras categorias! Cachos de bananas, de açai e de pupunha agrupam-se com colares de miçanga porque as partes estão ligadas.

Existem várias maneiras de classificar os seres do universo Palikur. Dependendo da situação, os Palikur *escolhem* os critérios classificatórios, obedecendo algumas regras básicas. A disposição no espaço pode ser priorizada em certos momentos, enquanto em outros o que importa é apenas o formato.

Neste sentido, o significado exato dos termos numéricos e dos conceitos matemáticos vai depender do contexto em que se está. Entender este aspecto da matemática Palikur é fundamental. Quando o povo maneja o espaço, os agrupamentos e as medidas, os numerais usados não indicam apenas quantidades.

Em português, quando dizemos que há 18 povos indígenas no norte do Amapá, o número 18 indica quantidade, e nada mais. Não fornece informações sobre os "povos", como o tipo de seres, a distribuição no espaço; a qualificação como "indígenas", etc. Neste caso, os algarismos indoarábicos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...) são, essencialmente, *quantificadores* (indicam a quantidade).

Os numerais Palikur, ao contrário, ensinam como os Palikur pensam sobre si mesmos e sobre o mundo em volta. Além de quantificadores, são *qualificadores*. Qualificam seres e objetos, proporcionando informações. A "quantidade" constitui apenas um dos componentes do sistema numérico Palikur, e nem é o mais importante. Não se trata, simplesmente, de um "sistema de contagem". A maneira pela qual os Palikur "contam" está intimamente ligada à visão de mundo, à própria cosmologia. Em suma, entender a matemática Palikur exige compreender a classificação do universo Palikur.

Não há como pensar exclusivamente em "números" na língua Palikur. Na prática, os numerais *não existem* fora da concepção de mundo. O mesmo pode ser dito em relação às ideias e os conceitos matemáticos, como ordem numérica, adição, subtração, multiplicação, totalidade e ordenação em conjuntos. O sentido *exato* do termo numérico ou do conceito matemático vai depender do contexto em que está sendo usado. A medida de comprimento "braço" (*iwanti*; um-cilíndrico braço), por exemplo, pode indicar três comprimentos diferentes: 220, 170 ou 40 centímetros. O contexto determina a medida exata.

Quando um Palikur, por exemplo, mede o comprimento da roça, o termo "braço" refere-se à altura que um homem pode alcançar com o braço erguido, acima da cabeça. Transposta para uma vara para facilitar a medição, a medida "braço" significa mais de 2 metros (aproximadamente 220 centímetros).

Quando se fala do comprimento da canoa ou da casa, o termo "braço" é referência para 2 braços estendidos, para os lados. Neste caso, "um braço" significa menos de dois metros (cerca de 170 centímetros).

Já para medir o tipiti (usado para espremer mandioca), "braço" é a medida do antebraço, ou seja, menos de meio metro (40 centímetros).

Veja, como um Palikur usou "braço" para falar das medidas da casa dele:

Nu-pin pohouku iwanti ayabwi a-kak mpana iwanti a-rik
(meu-casa cinco braço comprimento com três braço dentro)

"Minha casa tem cinco braços de comprimento e três braços de largura".

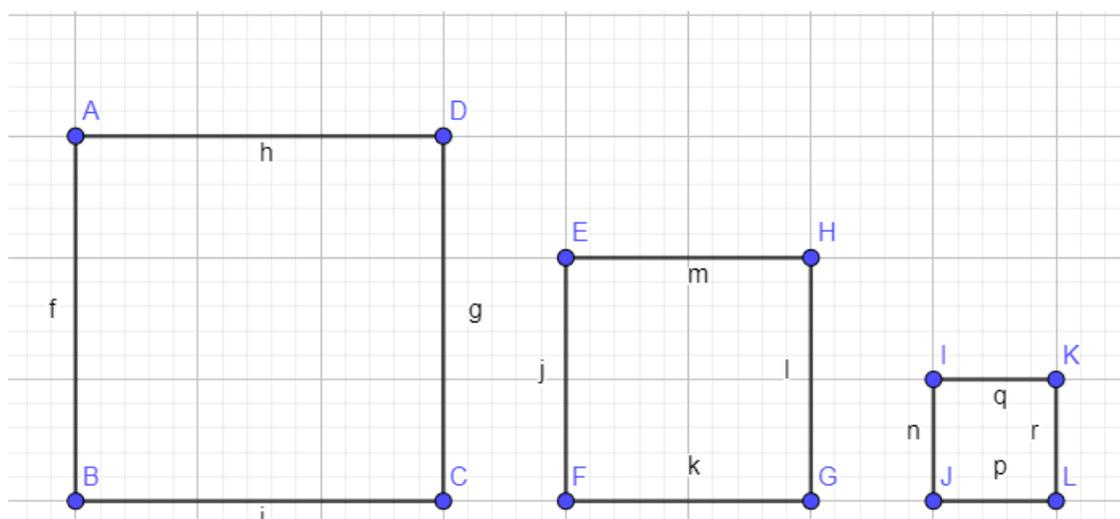
4º Momento: Instrumentalização – Aula 02

Proposta de atividade

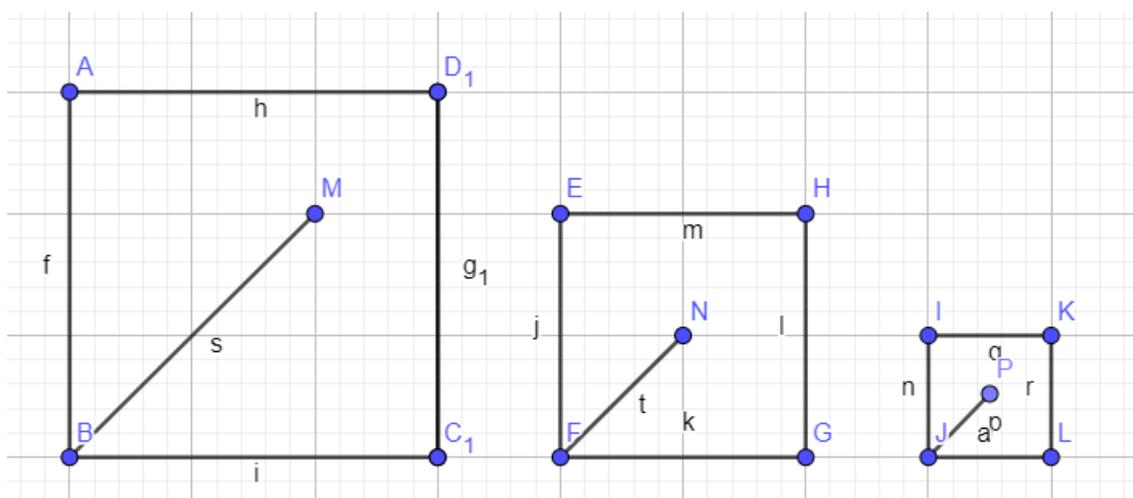
Nós, querendo aprender um pouco mais sobre como as formas de medir dos Palikur se relacionam com os nossos conhecimentos de mundo, vamos fazer o seguinte: Construir um quadrado com um “braço” de lado, medir sua diagonal, informar o resultado.

Material didático: Os alunos receberão 3 pedaços de barbantes que serão indicados com as medidas “braços”, uma folha quadriculada, régua, lápis.

Metodologia: O professor pesquisador propõe que os alunos construam 03 quadrados com cada medida braço recebida e traçam a diagonal com a medida braço recebida.

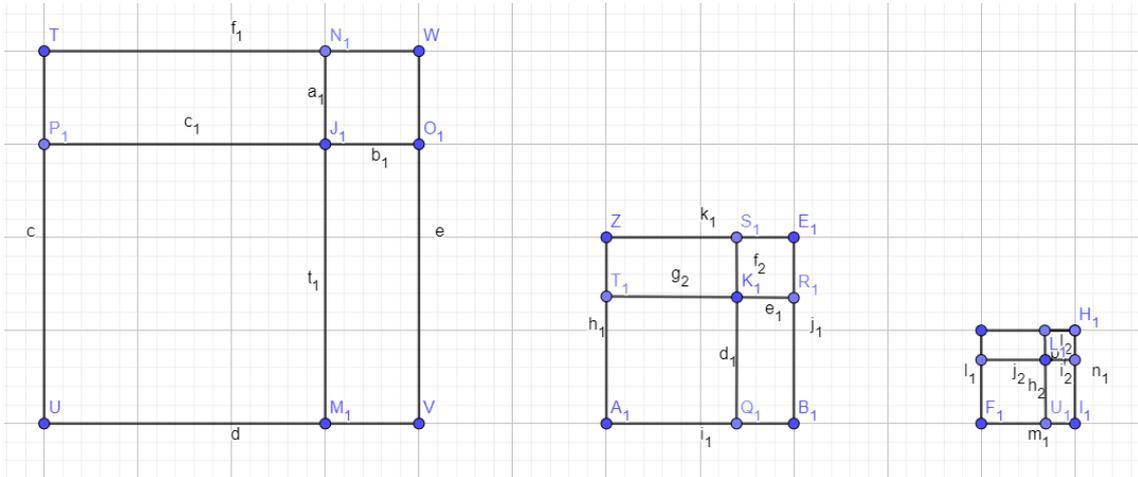


A partir dessa construção, o professor pesquisador pergunta aos alunos o que aconteceu ao traçar a diagonal.

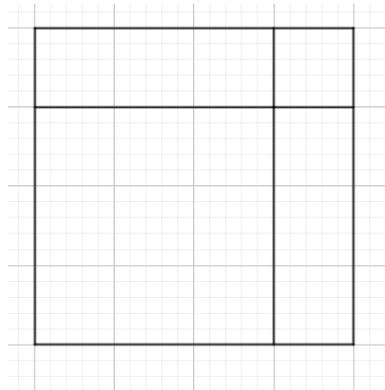


O professor pesquisador deve orientar os alunos a perceber quantas “partes de braços faltam para completar a diagonal”.

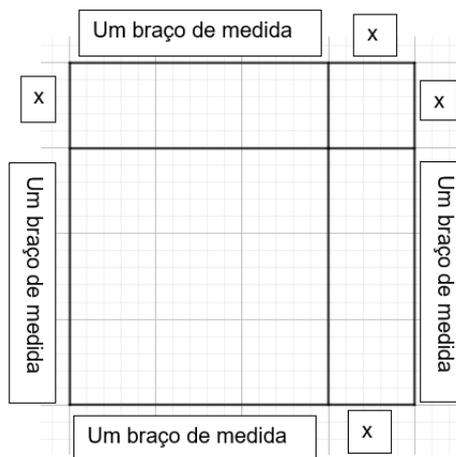
A partir das indagações durante a atividade, o professor pesquisador sugere que os alunos marquem os pontos



A partir da análise, os alunos devem escolher um dos quadrados e utilizando a medida da tribo Palikur calcular a área.



Espera-se que ao final os alunos encontrem as medidas



4º Momento: Prática Social Final – Aula 02

Neste momento final, o professor pesquisador propõe aos alunos uma reflexão sobre as repostas apresentadas com respaldo nos conteúdos estudados. Será nesse momento que os alunos a partir do diálogo poderão expressar se houve apropriação do conhecimento científico a partir da prática e as futuras relações que poderão ser feitas por meio das relações matemáticas apresentadas.