

ENCiMA

Instituto Federal de São Paulo

Juliana Silveira Barreiro Ribeiro

Dr. Rogério Marques Ribeiro

# Compartilhando experiências didáticas: explorando as trajetórias de aprendizagem para o ensino de frações



Produto Educacional

*Programa de mestrado profissional em ensino  
de Matemática e Ciências*





## PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

### **PRODUTO EDUCACIONAL**

Tipo de produto: material didático

Compartilhando Experiências Didáticas: explorando  
as trajetórias de aprendizagem para o ensino de frações

Juliana Silveira Barreiro Ribeiro  
Dr. Rogério Marques Ribeiro

Produto Educacional apresentado como requisito à obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus São Paulo.  
Aprovado em banca de defesa de mestrado no dia 4 de dezembro do 2023.

Este trabalho está licenciado sob uma Licença Creative Commons Atribuição-  
NãoComercial 4.0 Internacional. Para ver uma cópia desta licença, visite  
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>.



## AUTORES

### AUTORES

Juliana Silveira Barreiro Ribeiro: Licenciada em História pela Universidade de Brasília (2007) e Pedagogia pela Universidade Nove de Julho (2012). Atua como professora dos anos iniciais em escolas particulares há quase quinze anos.

Rogério Marques Ribeiro: Licenciado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP (2002). Em 2005, concluiu seu mestrado em Educação Matemática, também pela PUC/SP e, em 2016, pela Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, o seu doutorado em Educação, na linha de pesquisa Educação em Ciências e Matemática, cujo estudo contou com um estágio de doutoramento de um ano como Visiting Scholar na Rutgers University, Newark – NJ, Estados Unidos. É professor no curso de Licenciatura em Matemática e no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo–IFSP, e coordenador do Programa de Residência Pedagógica – área de Matemática do IFSP/Campus Guarulhos. Membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Profissional – IFSP/Campus São Paulo e líder do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores – GEPEMFOP e coordenador do Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – CEPIN do IFSP/Campus Guarulhos. Atuo como Diretor Regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional São Paulo (2020–2023), e é membro pesquisador do Grupo de Trabalho – GT 07 – SBEM – Formação de Professores que ensinam matemática. Possui experiência na área de Educação Matemática, atuando principalmente na formação de professores que ensinam matemática, no âmbito da formação inicial e continuada de professores.

## SUMÁRIO

**1** APRESENTAÇÃO DO  
PRODUTO EDUCACIONAL

TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA  
DE APRENDIZAGEM (THA) **2**

**3** NÚMEROS RACIONAIS

TRAJETÓRIAS HIPOTÉTICAS  
DE APRENDIZAGEM **4**

**5** CONSIDERAÇÕES

## APRESENTAÇÃO

# APRESENTAÇÃO

Olá, colega professor(a)!

Este Produto Educacional, caracterizado como um material didático, foi elaborado a partir dos estudos realizados durante o desenvolvimento da dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP/Campus São Paulo, intitulada “Ações de uma Professora-pesquisadora: discutindo as possibilidades e os desafios de trajetórias hipotéticas de aprendizagem nos anos iniciais”, sob a orientação do Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro.

Nossa jornada para sua elaboração se iniciou em uma sala de aula de quinto ano do Ensino Fundamental, onde a primeira autora deste material desenvolveu o papel de professora-pesquisadora, com a intencionalidade de elaborar e desenvolver trajetórias hipotéticas de aprendizagem para o ensino do conceito de fração, um conteúdo matemático que invariavelmente desafia tanto educadores quanto estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Neste Produto Educacional são apresentadas as trajetórias hipotéticas de aprendizagem que foram construídas, desenvolvidas e nortearam o processo de ensino e aprendizagem de frações com a turma de estudantes. Temos a expectativa que este material o inspire na construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem a partir das necessidades e especificidades de suas turmas e dos ambientes de ensino. Nossa intenção é fornecer uma abordagem prática, formal e estruturada que possa ser personalizada e adaptada para atender aos requisitos únicos de cada sala de aula.

Ao construir trajetórias hipotéticas de aprendizagem, você poderá desenvolver estratégias específicas para guiar os estudantes na compreensão de conceitos



matemáticos, a partir de uma visão planejada de como a aprendizagem pode progredir, contribuindo para o uso de abordagens de ensino diferenciadas e novas estratégias para lidar com possíveis desafios de aprendizagem.

Destacamos, assim, que este material tem a intencionalidade de apresentar uma contribuição para o repertório dos professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, profissionais que enfrentam diariamente o desafio de tornar a matemática acessível, relevante e cativante para seus estudantes.

Agora é a hora de embarcar em nossa jornada! Desejamos que este material se torne uma ferramenta valiosa na sua busca por promover uma aprendizagem matemática significativa. Vamos explorar o fascinante universo das frações, e transformá-lo em uma aventura de aprendizado para seus estudantes. Que nossa jornada comece!

Juliana Silveira Barreiro Ribeiro  
Rogério Marques Ribeiro

## TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM (THA)

A Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) pode ser entendida como um planejamento bem detalhado que o professor utiliza para orientar seu trabalho em sala de aula. Para Simon (1995, p.135), o termo Trajetória Hipotética de Aprendizagem se refere tanto

“[...] à previsão do professor como para a trajetória que possibilitará a aprendizagem. É hipotética, porque a verdadeira trajetória de aprendizagem não é cognoscível de antecedência. Isso caracteriza uma expectativa. A aprendizagem individual dos estudantes ocorre de forma idiossincrática, embora muitas vezes em trajetórias semelhantes” (SIMON, 1995, p. 135).

Na THA, o professor elabora um plano de trabalho, mas ele entende que esse plano é uma previsão do que pode acontecer em sala de aula. Ele não tem certeza sobre o que realmente vai acontecer, porque as interações entre o professor e os estudantes, bem como as observações do professor, podem levar a modificações no plano original.

Consideramos que esse aspecto reflete a complexidade do ambiente de sala de aula, onde muitos fatores podem influenciar o andamento das atividades de ensino e aprendizagem. Portanto, o professor deve ser flexível e capaz de adaptar seu plano à medida que a situação evolui, e esse processo de adaptação contínua é fundamental para garantir que o ensino seja eficaz e atenda às necessidades dos estudantes.

Essa abordagem enfatiza a importância de uma prática reflexiva por parte do professor, que deve estar aberto a ajustar suas estratégias de ensino com base nas observações e no retorno contínuo dado pelos estudantes, o que contribui para a construção de um ambiente de aprendizado mais dinâmico e responsivo, que é mais bem adaptado às necessidades individuais dos estudantes, e se concentra na construção de conceitos matemáticos pelos estudantes, destacando dois caminhos principais

## THA

A THA requer objetivos claros para definir quais conceitos os estudantes devem aprender. A partir desses objetivos, os professores devem planejar suas tarefas, com a intencionalidade de que os estudantes possam desenvolver novas habilidades a partir da construção de novos conhecimentos.

A THA é composta tanto pelos objetivos quanto pelas tarefas matemáticas que serão usadas para promover a aprendizagem dos estudantes, e essas tarefas desempenham um papel fundamental no processo de construção de novos conceitos.

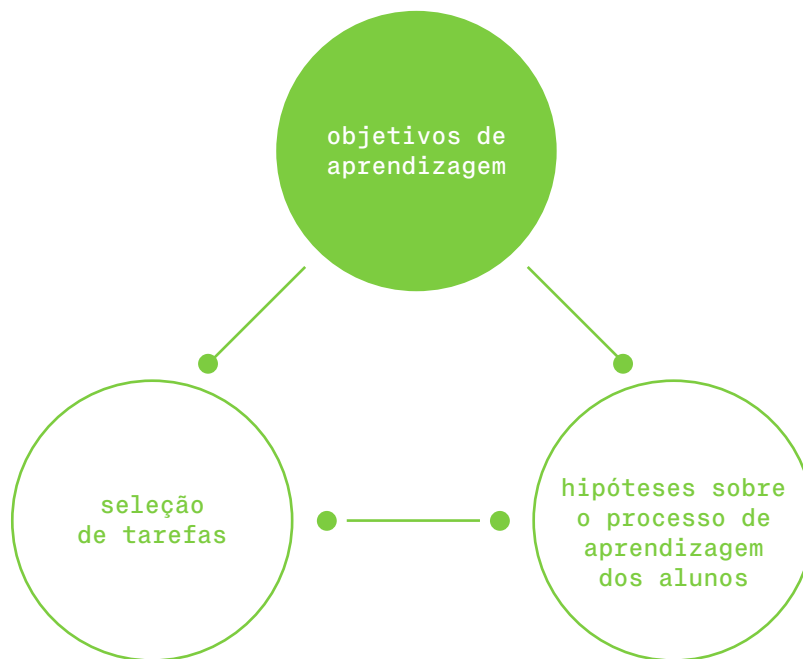
Nessa dinâmica, um dos desafios que os professores enfrentam é determinar as estratégias de ensino e selecionar ou adaptar tarefas apropriadas para o ensino de conceitos matemáticos, e esta é uma questão central para Simon e outros pesquisadores.

Os professores precisam considerar teorias de ensino de Matemática, representações matemáticas, materiais didáticos, teorias sobre como os alunos constroem conhecimento e suas próprias experiências no processo de ensino.

O uso da THA pode ser particularmente valioso ao ensinar frações, um conceito que muitos estudantes acham desafiador. A criação de uma THA ajuda os professores a planejar estrategicamente o ensino de frações.

A elaboração de uma THA, conforme descrito por Simon e Tzur (2004), envolve três elementos essenciais: (a) um objetivo de aprendizagem, (b) um conjunto de tarefas matemáticas e (c) um processo de aprendizagem hipotético. Embora a definição do objetivo de aprendizagem geralmente preceda a especificação das tarefas e do processo de aprendizagem hipotetizado, é crucial destacar que esses dois últimos componentes emergem simultaneamente. O processo de aprendizagem é, pelo menos em parte, determinado pelas tarefas utilizadas, e estas devem refletir conjecturas sobre os possíveis processos de aprendizagem, conforme ilustrado no esquema a seguir:

Figura 1 – Relação entre objetivos, tarefas e hipóteses na THA



Fonte: Elaborado pela autora com base em Pires (2009)

Segundo Simon e Tzur (2004), as tarefas matemáticas desempenham um papel crucial no processo de aprendizagem. Portanto, a seleção dessas tarefas deve ser realizada com extrema cautela, guiada pelos objetivos de aprendizagem e pelas hipóteses sobre o processo de aprendizagem dos estudantes.

É importante salientar que Simon (1995) utiliza o termo "hipótese" no sentido de que não é possível acessar diretamente os conhecimentos dos estudantes, e, por essa razão, não conseguimos prever com precisão o percurso de aprendizagem. Assim, ele considera que as antecipações sobre o processo de aprendizagem dos estudantes são hipotéticas, tornando a trajetória também hipotética, sujeita a modificações e ajustes de acordo com o desenvolvimento do trabalho.

## THA

Além disso, Pires (2009) destaca outros conhecimentos que influenciam o professor na construção de uma THA, como:

teorias de ensino sobre Matemática; representações matemáticas; materiais didáticos e atividades; e teorias sobre como alunos constroem conhecimentos sobre um dado assunto – saberes estes derivados da pesquisa em literatura e/ou da própria experiência docente. (2009, p. 154).

Assim, esses elementos exercem influência sobre o professor durante a elaboração de uma THA, uma vez que servem como guias no desenvolvimento de hipóteses sobre o processo e objetivos de aprendizagem, bem como na trajetória a ser seguida pelos estudantes.

Segundo Simon (1995), os elementos apresentados para a construção da THA constituem o que ele chama de "Ciclo de Ensino de Matemática". Este ciclo representa as inter-relações cíclicas entre o conhecimento do professor, a avaliação do conhecimento dos estudantes, a execução das tarefas e a própria THA, conforme ilustrado na figura a seguir:

Fonte: Simon, 1995



## THA

A trajetória hipotética de aprendizagem (THA), desenvolvida ao longo do ciclo de ensino, está sujeita a ajustes desde o início até seu completo desenvolvimento. Nessa perspectiva, a metáfora de "trajetória", proposta por Simon (1995), assemelha-se a uma jornada planejada. Durante esse percurso, pequenos ajustes podem ocorrer devido a diversas condições e situações encontradas, mas essas adaptações não comprometem a capacidade de adquirir novos conhecimentos. A trajetória efetivamente percorrida é o caminho real, enquanto o caminho inicialmente planejado constitui a trajetória hipotética.

O papel do professor, portanto, é ajustar essa trajetória, levando em conta a evolução e o progresso alcançados. Esse ajuste envolve mediar o processo de aprendizagem e avaliar constantemente os desafios que os estudantes enfrentam nas tarefas, com o intuito de aprimorá-las. Dado que os estudantes reagem de maneiras diversas ao desenvolvimento das tarefas, de acordo com suas experiências matemáticas individuais, torna-se necessário adaptar as tarefas sempre que algum conceito não for plenamente compreendido, garantindo que atinjam seus objetivos.

É importante ressaltar que, se o processo se limitasse à escolha das tarefas matemáticas, o professor não consideraria adequadamente o fazer matemático dos estudantes. A necessidade de ajustes contínuos surge da observação constante do fazer matemático dos estudantes, podendo envolver a modificação, adição ou exclusão de tarefas previamente planejadas, não apenas durante o planejamento entre as aulas, mas também durante o transcorrer de uma aula. Esses ajustes asseguram que o processo dos estudantes seja respeitado e considerado ao longo do percurso.

Assim, pode-se concluir que a THA proporciona oportunidades para uma reflexão contínua sobre a construção do conhecimento, representando uma valiosa contribuição para o processo de ensino e aprendizagem, especialmente quando implementada de maneira inovadora nas escolas de Educação Básica, considerando a estrutura oferecida para pensar e agir, a partir dos objetivos e das hipóteses sobre o processo de aprendizagem dos estudantes, tornando a ação docente mais efetiva.

# NÚMEROS RACIONAIS

Os números racionais são um conjunto que abrange uma ampla variedade de números, incluindo os inteiros, as frações e os números decimais que podem ser expressos como frações. Segundo Flores e Bisognin (2020), os números racionais são representados por  $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ , no qual  $\mathbb{Q}$  indica o conjunto dos números racionais e  $\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$  indica o conjunto dos números inteiros.

Deve-se destacar que esse conjunto numérico desempenha um papel central no cenário educacional global, e isso não é sem motivo. Com aplicações significativas em nossa vida cotidiana, os elementos desse conjunto são fundamentais em diversas disciplinas, e essa é uma das razões pelo qual ensinar os números racionais de maneira acessível e contextualizada é essencial para estimular a resolução de problemas e desenvolver habilidades críticas.

O ensino dos números racionais emerge como um tópico essencial na Educação Matemática, confrontando desafios significativos relacionados à compreensão de suas representações e significados pelos estudantes. Embora seja reconhecida a importância de se abordar a representação fracionária dos números racionais nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, é igualmente essencial transpor a concepção de frações como partes de um todo, ou seja, a estratégia pedagógica não deve restringir-se exclusivamente à perspectiva de frações como partes de um inteiro. Em vez disso, é necessário fomentar uma compreensão mais abrangente desse conceito, explorando seus diversos significados, pois ao ampliar o entendimento sobre frações os estudantes são mais bem preparados para enfrentar desafios matemáticos mais avançados, incluindo operações envolvendo frações e números decimais.

Assim, a exploração desses múltiplos significados de frações não apenas enriquece a compreensão matemática dos estudantes, mas também os possibilita aplicar esses conhecimentos de maneira mais flexível e contextualizada em suas

## NÚMEROS RACIONAIS

jornadas educacionais. Em nosso entendimento, esse enfoque mais aberto e holístico proporciona uma visão mais completa e aplicável dos números racionais desde os primeiros anos de estudo.

Segundo Graça, Ponte e Guerreiro (2021), Nogueira (2020) e Cardoso (2019), é consensual ressaltar que concentrar demasiadamente na abordagem da fração como uma relação parte-todo durante o ensino pode provocar desafios consideráveis no processo de aprendizagem dos estudantes, o que corrobora a importância de os professores reconhecerem a necessidade de explorar diversos significados da fração em suas aulas. Para Graça, Ponte e Guerreiro (2021, p.711),

os estudantes devem ser confrontados com todos os significados. Cada significado proporciona determinados conhecimentos que são importantes para os estudantes pelo que restringir o aluno a apenas a alguns significados dificulta a sua capacidade de construir um conhecimento mais abrangente. Este estudo mostra que os diferentes significados das frações podem ser abordados de modo produtivo numa experiência de ensino no 5.º ano, onde se trabalham também outros conceitos de número racional, nomeadamente as suas diferentes representações e as quatro operações.

Segundo Nogueira (2020), Thomas Kieren foi o pioneiro, em 1975, ao chamar a atenção para a complexidade associada à compreensão dos números racionais. No ano seguinte, em 1976, identificou sete subconstrutos desses números. Em 1980, ele propôs uma nova categorização, reduzindo os subconstrutos para cinco significados. Finalmente, em 1993, a categorização foi novamente revisada, desta vez para quatro subconstrutos. A figura a seguir ilustra os diversos constructos considerados pelo autor ao longo desse período.



## NÚMEROS RACIONAIS

Figura 4: Os subconstrutos dos números racionais de acordo com Kieren



Fonte: elaborado pela autora, com base em Nogueira, 2020.

Moreira e Ferreira (2008, apud Nogueira, 2020) destacam que no decorrer das décadas de 1990 e 2000 a literatura acadêmica demonstrava uma tendência de convergência em relação a cinco subconstrutos delineados: relação parte-todo, medida, razão, quociente e operador, os quais oferecem uma importante estrutura para a análise do conceito de fração.

Com isso em mente, convidamos você a explorar conosco os diferentes significados das frações, a partir de cada um desses constructos!

- **Relação "Parte-Todo"**

Este significado envolve dividir um todo em partes iguais, onde cada parte é representada como  $1/n$ . Isso é uma representação comum das frações, como dividir um retângulo em partes iguais. No entanto, apesar de a relação parte-todo poder ser alicerce para interpretações mais complexas, criticam-se frequentemente as restrições do ensino de frações que se fixa nesse significado. Segundo Nogueira (2020), essa abordagem pode representar um obstáculo quando o inteiro não é subdividido de maneira equitativa. Isso também é válido para as frações impróprias, que ultrapassam a unidade inteira, já que, nessas circunstâncias, o método de contagem dupla revela suas limitações.

A figura a seguir mostra uma representação que não pode ser resolvida com o procedimento de dupla contagem, já que o inteiro não está dividido em partes iguais. Nesse caso, há hipótese de que alguns estudantes podem fazer uso da contagem e dizer que a parte pintada representa do retângulo.

Figura 3: Representação de  $5/12$



Fonte: elaborado pela autora

- **Significado "Quociente"**

Este significado está relacionado à ideia de divisão, onde o numerador representa o dividendo e o denominador, o divisor. Por exemplo, dividir duas barras de chocolate entre três estudantes resultaria em  $\frac{2}{3}$  de uma barra para cada um. Nessa situação, o estudante deverá perceber que a divisão é uma boa estratégia para resolvê-lo, pois o quociente (resultado) representa a quantidade de chocolate que cada um irá receber.

Esse significado implica, também, ir além das noções contidas na interpretação de parte-todo, pois, na situação de quociente, lidamos com duas grandezas distintas, como exemplificado pelos chocolates e os estudantes.

- **Significado "Medida"**

Adotamos a interpretação de fração como uma medida aplicável a situações envolvendo quantidades extensivas e intensivas. Alguns contextos de medida empregam frações ao abordarem quantidades extensivas, onde a medida está relacionada à proporção entre duas variáveis. Por exemplo, a probabilidade de um evento é determinada pelo quociente entre o número de casos favoráveis e o número total de casos possíveis. Assim, a probabilidade de um evento varia de 0 a 1, e a maioria dos valores com os quais lidamos nesse contexto é expressa em forma fracionária (quantidade discreta).

Outras formas de medida envolvem frações ao abordar quantidades intensivas. Por exemplo, ao preparar uma quantidade específica de suco, são necessárias duas medidas de água para cada medida de concentrado de laranja. Qual fração representa a quantidade de água em relação ao total de suco? (quantidade contínua).

- **Significado "Operador"**

Atribuimos a esse significado a função de transformação, ou seja, a representação de uma ação que deve ser aplicada a um número ou quantidade, alterando seu valor durante esse processo.

- **Significado "Razão"**

Considerando essa abordagem, a razão surge após a comparação entre duas quantidades, sendo essa relação representada na forma de fração. Um exemplo de razão seria a comparação entre a quantidade de meninos e meninas em uma sala. Embora seja uma comparação simples, é possível estabelecer quatro relações distintas: (i) a quantidade de meninos em relação ao total de alunos; (ii) a quantidade de meninas em relação ao total de alunos; (iii) a quantidade de meninos em relação à quantidade de meninas; (iv) a quantidade de meninas em relação à quantidade de meninos.

Consideramos que situações de ensino que visam à construção do conceito de fração devem levar em conta os diversos significados nos diferentes contextos nos quais a fração pode ser aplicada: parte-todo, medida, quociente, razão e operador multiplicativo. Assim, destacamos a importância de se abordar esses múltiplos significados da fração em suas aulas, pois cada um proporciona conhecimentos importantes para a compreensão do conceito.

## TRAJETÓRIAS HIPOTÉTICAS DE APRENDIZAGEM

A seguir, apresentamos as duas trajetórias hipotéticas de aprendizagem desenvolvidas para o ensino do conceito de fração para uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental.

### THA 1 – Introdução

**8 aulas de 60 minutos**

#### Objetivos de aprendizagem

- Identificar a necessidade da ampliação do conhecimento numérico para resolver novos problemas.
- Reconhecer números racionais na forma fracionária no contexto diário.
- Comunicar-se utilizando linguagem matemática.
- Compreender a ideia de fração em diferentes significados: parte-todo, quociente e razão.
- Resolver situações-problema que envolvam os diferentes significados das frações: parte-todo, quociente e razão.

### Aulas 1 e 2 – Resolução de problemas

#### Objetivos de aprendizagem:

Identificar a necessidade da ampliação do conhecimento numérico para resolver novos problemas.

Reconhecer números racionais na forma fracionária no contexto diário.

Comunicar-se utilizando linguagem matemática.



# 1

Na Matemática, o conhecimento de números e cálculos está relacionado à necessidade de resolver problemas. Nesta ficha você vai analisar três situações problema e resolver cada uma delas, mostrando como comunicar matematicamente a solução.

Em novembro e dezembro de 2022 será realizada a Copa do Mundo no Catar. De acordo com as regras do campeonato, ocorre um sorteio para dividir as 32 equipes em oito grupos. Cada grupo tem uma seleção chamada "cabeça de chave". Os oito cabeças de chave são definidos com base no ranking da Fifa, com as sete melhores equipes e o país sede (no caso, o Catar). Essa regra diminui as chances de as seleções mais fortes serem eliminadas logo na primeira fase.

Na primeira fase as seleções enfrentam todas as equipes que estão no mesmo grupo. Cada time joga apenas uma única vez contra cada adversário. Após essa rodada, as duas melhores equipes de cada grupo passam para as oitavas de final. Calcule quantidade de jogos que serão realizados no grupo do Brasil na primeira fase.

A	B	C	D
1 Catar	1 Inglaterra	1 Argentina	1 França
2 Equador	2 Irã	2 Arábia Saudita	2 Repesc. int. 1*
3 Senegal	3 EUA	3 México	3 Dinamarca
4 Holanda	4 Repesc. UEFA**	4 Polônia	4 Tunísia
E	F	G	H
1 Espanha	1 Bélgica	1 Brasil	1 Portugal
2 Repesc. int. 2*	2 Canadá	2 Sérvia	2 Gana
3 Alemanha	3 Marrocos	3 Suíça	3 Uruguai
4 Japão	4 Croácia	4 Camarões	4 Cor. do Sul

Fonte: Fifa      \*Repescagem intercontinental      \*\*Ganhador da partida Escócia ou Ucrânia x P. Gales

2022      AFP

Paulo fez uma compra em uma loja de eletrônicos no valor de R\$5.800,00 e optou por fazer um Pix para realizar o pagamento. No entanto, ao realizar a operação, recebeu uma mensagem de seu banco dizendo que seu saldo em conta era de R \$3.000,00. Como Paulo poderá resolver essa situação?

2

Henrique trabalha em uma barraca que vende frutas na feira. Sábado, quando estava desmontando a barraca e guardando as mercadorias que sobraram, Márcia, a dona da banca, ligou para ele, pois estava comprando mais frutas para serem vendidas no dia seguinte. Márcia perguntou quantas melancias haviam sobrado após as vendas do dia. Como a banca vende melancias inteiras, mas também em pedaços, Henrique ficou na dúvida de como poderia responder à pergunta de Márcia. A câmera de seu celular estava quebrada, por isso não era possível enviar uma foto. Como ele poderia responder à Márcia quantas melancias restaram?

3



(Adaptado de Bertoni, 2009)



**Observação:** o principal objetivo dessa aula é que os alunos percebam que existem alguns problemas que o conjunto de números naturais (que são os números que eles estudaram até o momento) não é o suficiente para resolver. Por isso, precisaremos de outros números, os racionais, que serão apresentados inicialmente na representação fracionária. Começaremos o trabalho com resolução de problemas, para que se familiarizem com esses números. A representação numérica ( $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{5}$ ...) não será trabalhada no primeiro momento, por se apresentar como um possível obstáculo para compreensão dos conceitos. Introduziremos após algumas aulas, partindo da observação do uso das frações nas receitas.

1. Em trios, resolver as fichas. Reforçar a necessidade de comunicarem matematicamente o raciocínio e as respostas. Nos primeiros 20 minutos, os grupos devem trabalhar de forma autônoma, sem intervenção e ajuda dos educadores. Os problemas são desafiadores, mas os alunos precisam tentar mobilizar os recursos que possuem para resolvê-los. Após esse primeiro momento, educadores circulam verificando a compreensão, organização e comunicação da resolução.
2. Correção dos problemas, compartilhando diferentes estratégias e pedindo que as crianças expliquem seu raciocínio para os colegas. Deixar o problema das melancias por último.

No problema das melancias, projetar a imagem no telão e explorar as diferentes soluções.

Alguns encaminhamentos possíveis: Como podemos chamar os "pedaços" que sobraram? Provavelmente alguns alunos trarão a ideia de metade. Como chamamos o pedaço menor? Podem falar "metade da metade" ou até mesmo "um quarto". Ressaltar que a melancia foi dividida em quatro partes, por isso cada parte recebe o nome de um quarto. Questionar quantos quartos são necessários para termos uma melancia inteira. Quantos quartos formam uma metade? Quantas metades formam uma melancia inteira? Se dividirmos as melancias inteiras em metades, quantas metades teríamos no total? Se juntarmos as duas metades, quantas melancias teríamos? De quantas formas diferentes podemos representar a quantidade de melancia da foto?



Explicar que além dos números que já conhecem, existem outros, que podem ser necessários para situações como essa. Neste semestre trabalharemos com as representações fracionárias.



## Aulas 3 e 4 – Resolução de problemas

### Objetivos de aprendizagem:

Identificar a necessidade de ampliação do conhecimento numérico para resolver novos problemas.

Reconhecer números racionais na forma fracionária no contexto diário.

Comunicar-se utilizando linguagem matemática.

Resolver situação-problema envolvendo o significado de fração como quociente.

Elizabeth comprou dez cocadas para seus cinco sobrinhos que iriam visitá-la. Quando eles chegaram na sua casa, um deles havia trazido um amigo. Como Elizabeth pode dividir as cocadas entre as seis crianças, de forma que cada uma receba a mesma quantidade e não sobre nenhum pedaço?



(Adaptado de Bertoni, 2009)

### ***Etapas da Aula:***

1. Retomar as discussões da aula anterior, projetando a imagem das melancias. Ressaltar as diferentes possibilidades e como podemos chamar os "pedaços" da melancia. Organização dos cadernos e dos grupos.
2. Em trios, as crianças devem resolver o problema. Disponibilizar retângulos de papel para representar as cocadas e explicar que as crianças podem utilizar o material

concreto como suporte. No entanto, precisam comunicar o raciocínio matemático e a resolução por escrito e pensar em como elaborar a resposta. Eles podem fazer registros de apoio individual, mas cada grupo precisa elaborar coletivamente uma única resposta, que precisa ser registrada nos cadernos e em uma folha de resposta do grupo. Esse registro do grupo precisa ser feito com organização e cuidado, ser legível e de fácil compreensão.

(Uma solução possível: dar uma cocada para cada um; partir as quatro que sobraram ao meio, dar metade para cada um; partir as duas metades que sobraram em três partes cada, dar um sexto para cada.)

3. Fazer um painel de solução do problema. Na lousa ou no mural, solicitar que as crianças cole a folha de respostas do grupo conforme forem terminando a resolução. Escolher respostas que apresentaram diferentes resoluções e/ou registros para discutir com a turma.

Sugestões de encaminhamento das discussões: Quanto cada criança recebeu? Existem diferentes formas de realizar essa divisão? Qual foi a ordem da resolução? Como pensaram para resolver? Foi necessário fazer mais de uma tentativa? Como podemos chamar os “pedaços”? Todos os pedaços são do mesmo tamanho? Quantos pedaços precisamos para formar uma cocada inteira?

Provavelmente algumas crianças trarão as palavras metade, terço e sexto. Caso não falem, contar para eles que podemos chamar dessa forma. Explorar essa nomenclatura, sempre salientando que quando divido algo em seis partes, cada parte é um sexto e preciso de seis partes para formar o inteiro. Ainda não apresentar o registro numérico ( $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{5}$ ).

4. Encerramento da aula. Solicitar que no caderno as crianças avaliem o seu registro de resolução, dando de uma a cinco estrelas. Pedir que respondam no caderno à pergunta: Como posso aprimorar os meus registros de resolução de problemas? As crianças podem olhar os registros de colegas ou as respostas do grupo para pensar sobre a pergunta.

## Aulas 5 – Resolução de problemas

1  
2  
3

### Objetivos de aprendizagem:

Identificar a necessidade de ampliação do conhecimento numérico para resolver novos problemas.

Reconhecer números racionais na forma fracionária no contexto diário.

Comunicar-se utilizando linguagem matemática.

Resolver situação-problema envolvendo o significado de fração como quociente.

Marco ganhou uma barra de chocolate e gostaria de comer no lanche com quatro amigos. Todos devem comer a mesma quantidade e não pode sobrar nenhum pedaço.

- Faça um desenho representando como ele pode fazer essa divisão.
- Quanto cada um irá comer?
- Você dividiu a barra em quantos pedaços?

1

Sônia resolveu fazer uma torta para o lanche da tarde e dividir igualmente para dar aos 4 filhos. Só que não esperava a chegada de mais 4 amigos, que também resolveram lanchar. Como a mãe poderia fazer para que todas as crianças comam a mesma quantidade?

2

### ***Etapas da Aula:***

1. Solicitar que resolvam individualmente os problemas da ficha. Pedir que releiam a avaliação da aula anterior e retomem a resposta que deram à pergunta: Como posso aprimorar os meus registros de resolução de problemas?

2. Organizar a turma em trios para comparação das respostas e registros. Se necessário, devem fazer as correções. Grupos que terminarem antes do tempo previsto devem pegar um post-it para anotar o que já sabem sobre frações até agora (preparação para o registro coletivo).

3. Questionar como podemos chamar os pedaços. Perguntar se percebem alguma regularidade nas nomenclaturas trabalhadas até o momento. Organizar um registro coletivo: O que sabemos sobre frações até agora?

Pode ser em tópicos. Algumas ideias que podem aparecer:

- As frações são divididas em partes iguais.
- Alguns problemas precisam das frações para serem resolvidos.
- As frações recebem o nome de acordo com o número de partes divididas: duas partes – metade/meio  
três partes – terço  
quatro partes – quarto  
cinco partes – quinto...

## **Aulas 6 – Resolução de problemas**

### **Objetivos de aprendizagem:**

Reconhecer números racionais na forma fracionária no contexto diário.

Comunicar-se utilizando linguagem matemática.

Compreender a ideia de fração em com significado relação parte-todo.

Resolver situações-problema que envolvam os diferentes significados das frações: parte-todo, quociente e razão.





João possui em sua casa uma caixa d'água no formato apresentado acima.

Em seu caderno, usando régua, faça as representações propostas:

- Às 15h00, João percebeu que a água ocupava um terço da caixa d'água.
- Às 21h00, João percebeu que a água ocupava metade do que ocupava às 15h00.
- Qual fração, referente à caixa d'água inteira, representa a quantidade de água que João tinha às 21h00?

(Adaptado de Nogueira, 2020)

*(slide para orientar as discussões em duplas)*

*comparando as resoluções*

**conhecer**

Leia a resolução de seu colega. Sem qualquer explicação dele, você consegue compreender seu raciocínio?

**comparar**

As resoluções são iguais? Caso estejam diferentes, apresentam o mesmo significado? Há pontos que vocês discordam? Se for necessário, peça ajuda.

**avaliar**

Escreva um bilhetinho no post-it para seu colega. Com muito respeito, destaque um ponto positivo da resolução e uma sugestão para o próximo registro dele.

### **Etapas da Aula:**

1. Resolução individual do problema. Pontos a serem observados: uso da régua, divisão em partes equivalentes, quantidade de partes divididas e pintadas.

2. Em duplas de trabalho, solicitar que comparem as respostas. Usar o slide para encaminhar a discussão. Educadores circulam, checando se as respostas estão corretas. Entregar um post-it para cada aluno, para que escrevam o bilhete ao colega. As crianças colam o post-it ao lado do seu registro.



## **Aula 7**

### **Objetivos de aprendizagem:**

Reconhecer números racionais na forma fracionária no contexto diário.  
Comunicar-se utilizando linguagem matemática.  
Compreender a ideia de fração como relação parte-todo.

Nas últimas semanas, resolvemos diversos problemas com frações. Agora iremos refletir sobre as diversas formas de representar um número fracionário. Para isso, vamos analisar uma receita:

### **Massinha caseira**

#### **Ingredientes:**

- $\frac{1}{4}$  de xícara de sal;
- $\frac{1}{2}$  xícara de água;
- $\frac{1}{2}$  colher de sopa de óleo;
- 1 xícara de farinha de trigo branca;



- 2 colheres de sopa de tinta guache.

**Modo de preparo:**

- Coloque o sal e a farinha de trigo em uma bacia e faça uma cova no centro.
- Adicione a água e o óleo na cova e comece a misturar com uma colher.
- Amasse com as mãos até ficar bem macia. Se estiver muito grudenta, acrescente um pouco mais de farinha aos poucos.
- Acrescente a tinta guache da cor desejada e amasse até que ela seja totalmente absorvida.

→ Guardando na geladeira a massinha dura até 15 dias.

#1

Grife na receita todas as informações numéricas.

#2

O que significa  $\frac{1}{2}$  xícara de água?  
Represente graficamente na imagem ao lado.  
Lembre-se de utilizar a régua.



#3

O que significa  $\frac{1}{4}$  de xícara de sal?  
Represente graficamente na imagem ao lado.  
Lembre-se de utilizar a régua.



# #4

Você já havia observado antes alguma outra representação de números fracionários? Discuta com seus colegas e registre abaixo.

# #5

Nós faremos a receita de massinha no laboratório. Trabalharemos em quartetos. A receita apresentada é o suficiente para duas crianças. Discuta com seu grupo e reescreva a lista de ingredientes adaptando para quatro crianças.

\_\_\_\_\_ de sal;  
\_\_\_\_\_ de água;  
\_\_\_\_\_ de óleo;  
\_\_\_\_\_ de farinha de trigo branca;  
\_\_\_\_\_ de tinta guache.

(Adaptado de Ribeiro, 2019)

### ***Etapas da Aula:***

1. Leitura silenciosa da receita e realização dos exercícios 1, 2 e 3. A divisão precisa ser em partes iguais e com uso da régua
2. Em quartetos, realização das questões 4 e 5.
3. Discussão da questão 4 e correção coletiva da questão 5.



4. Discussão sobre os combinados do trabalho no laboratório. Dúvidas sobre a receita.
5. Em quartetos, fazer a massinha no laboratório seguindo a receita. Quando estiver pronto, devem dividir em quatro porções equivalentes. A massinha deve ser guardada em um saquinho plástico.
6. Organização do laboratório. Cada grupo só pode sair da bancada após organizar e limpar seu espaço de trabalho.
7. Realização individual das questões 6 e 7.

## Aula 8

### Objetivos de aprendizagem:

- Comunicar-se utilizando linguagem matemática.
- Compreender a ideia de fração como razão.
- Resolver situação-problema envolvendo o significado razão.

No lançamento de um dado de seis faces, numeradas de 1 a 6, responda:

- a) Qual é a chance de o resultado ser 5?
- b) Qual é a chance de o resultado ser um número menor que 5?
- c) Qual é a chance de o resultado ser um divisor de 2?

(Caderno de Problemas, Escola Móvil)

***Etapas da Aula:***

1. Perguntar se os alunos compreendem o que significa um número ser divisor de 2. A partir das ideias iniciais, anotar o significado na lousa.
2. Individualmente, pedir que resolvam o problema.
3. Em trios, devem comparar as respostas e elaborar um registro único para o grupo. Questionar se é possível comunicar a resposta utilizando um registro fracionário numérico.
4. Discussão em grupo a respeito das respostas e diferentes registros.
5. Caso sobre tempo: apresentar outras possibilidades de probabilidade e chances. Esse site (<https://pt.piliapp.com/random/dice/>) traz a possibilidade de jogar virtualmente vários dados, além de moedas e sorteios.

THA

**THA 2 – Comparação, equivalência, diferentes representações**  
**9 aulas de 60 minutos**

Objetivos de aprendizagem

- Demonstrar a equivalência entre frações, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas .
- Demonstrar as frações utilizando diferentes estratégias de representação.
- Ler, escrever, comparar e ordenar representações fracionárias de uso frequente.
- Representar graficamente frações.
- Resolver problemas envolvendo frações.
- Sistematizar as aprendizagens construídas.

**Aula 1**

**Objetivos de aprendizagem:**

Ler, escrever, comparar e ordenar representações fracionárias de uso frequente.

Identificar quando duas ou mais frações são equivalentes.

Demonstrar a equivalência entre frações, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.



## Jogo de comparação de frações – Estação 1

1

Link para jogo:

<https://view.genial.ly/630fbb687f46280018bf9761/interactive-content-comparacao-de-fracoes>

## Réguas de fração – Estação 2

Utilizando como apoio a régua de fração virtual, faça as comparações e registre os resultados.

Selecione as seguintes peças das réguas de fração: inteiro, metades, quartos e oitavos. Faça as comparações e depois preencha a lacuna:

a. Determine quantas metades, quartos e oitavos são necessários para formar a peça inteira.

São necessários \_\_\_\_\_ meios para formar um inteiro.

São necessários \_\_\_\_\_ quartos para formar um inteiro.

São necessários \_\_\_\_\_ oitavos para formar um inteiro.

b. Determine quantos quartos e oitavos são necessários para formar  $\frac{1}{2}$ .

São necessários \_\_\_\_\_ quartos para formar um meio.

São necessários \_\_\_\_\_ oitavos para formar um meio.

c. Determine quantos oitavos são necessários para formar  $\frac{1}{4}$ .

São necessários \_\_\_\_\_ oitavos para formar um quarto.

2

3

Selecione as seguintes peças das réguas de fração: inteiro, terços, sextos e nonos. Faça as comparações e depois preencha as lacunas.

a. Determine quantos terços, sextos e nonos são necessários para formar a peça inteira.

São necessários \_\_\_\_\_ terços para formar um inteiro.

São necessários \_\_\_\_\_ sextos para formar um inteiro.

São necessários \_\_\_\_\_ nonos para formar um inteiro.

b. Determine quantos sextos e nonos são necessários para formar um terço.

São necessários \_\_\_\_\_ sextos para formar um terço.

São necessários \_\_\_\_\_ nonos para formar um terço.

c. Determine quantos nonos são necessários para formar  $2/6$ .

São necessários \_\_\_\_\_ nonos para formar dois sextos.

# 4

Selecione as seguintes peças das régua de fração: inteiro, quintos e décimos. Faça as comparações e depois preencha as lacunas.

a. Determine quantos quintos e décimos são necessários para formar a peça inteira.

São necessários \_\_\_\_\_ quintos para formar um inteiro.

São necessários \_\_\_\_\_ décimos para formar um inteiro.

b. Determine quantos décimos são necessários para formar  $\frac{1}{5}$ .

São necessários \_\_\_\_\_ décimos para formar um quinto.

c. Determine quantos décimos são necessários para formar quatro quintos.

São necessários \_\_\_\_\_ décimos para formar quatro quintos.

Um barril continha 180 litros de azeite, e  $\frac{3}{5}$  deles foram engarrafados.

- 5
- Faça a representação gráfica da situação acima identificando as partes e o todo. Lembre-se de usar a régua.
  - O restante do azeite foi colocado em 4 vasilhas iguais. Calcule quantos litros foram colocados em cada vasilha.
  - Apresente a fração do todo que a quantidade de azeite colocada em cada vasilha representa.

(Caderno de Problemas, Escola Móbile)

### ***Etapas da Aula:***

1. Cada estação terá duração de 15 minutos. Colocar um cronômetro na lousa para marcar o tempo.

2. Descrição das estações

Estação 1 – Jogo de comparação de frações

Materiais: 1 dispositivo eletrônico por quarteto, aberto no jogo.

Um conjunto de círculo de frações de madeira por quarteto.

As crianças formam equipes de dois, para jogar contra outra equipe. As regras do jogo estão no botão com um ponto de interrogação. Solicitar que leiam antes de começar a jogar. Cada dupla deve provar suas respostas com os círculos de frações.

### Estação 2 – Régua de frações

Materiais: 1 dispositivo eletrônico por criança, aberto no site da régua de frações.

Alternativa: régua de fração de madeira.

Cada criança deve fazer as comparações propostas, usando as régua virtuais.

### Estação 3 – Resolução de problema

Material: caderno e problema

Em duplas, resolver o problema.

## Aula 2

### Objetivos de aprendizagem:

Sistematizar as aprendizagens construídas.



### ***Etapas da Aula:***

1. Explicar aos alunos que iremos organizar as aprendizagens de frações. Escrever na lousa a seguinte pergunta: "Se vocês fossem explicar para um aluno que está ingressando agora no 5º ano, como vocês falariam as aprendizagens de frações até o momento?". Dizer que iremos trabalhar em trios e cada um irá analisar algum problema ou atividade realizada até o momento, para que façam um registro preparatório para o registro coletivo.

Cada trio deve retomar um problema para fazer um registro, orientado pelas perguntas. As crianças devem consultar os registros no caderno para retomar as resoluções.

Caso algum grupo termine o registro antes do tempo proposto, pode escolher outro



problema para fazer um novo texto.

2. Discutir quais elementos aparecem em todos os registros e quais são mais específicos. A partir dos registros preliminares, construir coletivamente um registro da turma. **Os elementos abaixo precisam estar no registro**, caso algum não seja trazido pela turma precisa ser lembrado pelo/a professor/a para que seja discutido e apareça no registro. O texto pode ser em forma de tópicos.

### *Frações – Organizando as descobertas*

- *Podemos representar as frações de diversas formas: representação gráfica (desenho), representação numérica ( $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{2}{5}$ ) e escrita (dois quartos, um terço).*
- *As frações apresentam diferentes ideias e são necessárias na resolução de diversos problemas.*
- *A fração pode representar a parte de um todo. Por exemplo: um quarto de melancia, significa que uma melancia inteira foi dividida em quatro partes equivalentes e estamos considerando uma parte. Se considerarmos três dessas partes, teremos três quartos.*
- *A fração pode representar uma divisão. Por exemplo: se dividirmos três chocolates para quatro crianças, cada uma receberá três quartos.*
- *A fração pode representar uma razão. Por exemplo: ao jogarmos um dado, a possibilidade do número 5 sair é de uma para seis, que podemos representar como  $\frac{1}{6}$ .*
- *Podemos representar a mesma quantidade com diferentes frações. Dizemos que essas frações são equivalentes. Por exemplo: metade é equivalente a dois quartos, um terço é equivalente a dois sextos.*
- *Quando aumentamos a quantidade de divisões de um inteiro, cada parte fica menor. Por isso, um quarto é maior que um sexto.*

## Aula 3

1  
2  
3

### Objetivos de aprendizagem:

Resolver problemas envolvendo frações.  
Representar graficamente frações.

1

Guilherme usou  $\frac{1}{4}$  de sua semanada na cantina da escola e  $\frac{1}{2}$  na compra de gibis. Sobraram R\$ 12,00. Calcule quanto Guilherme recebe de semanada.

Numa escola, há 1.800 alunos, dos quais  $\frac{2}{3}$  levam lanche de casa diariamente.

a) Faça a representação gráfica da situação acima identificando as partes e o todo.

Lembre-se de usar a régua.

b) Calcule o número de alunos que não levam lanche de casa

(Caderno de Problemas, Escola Móvil)

2

### ***Etapas da Aula:***

1. Em trios heterogêneos, solicitar que resolvam os problemas. Nos primeiros 20 minutos, as crianças realizam de forma autônoma. Após esse período, educadores circulam tirando as dúvidas e dando orientações a respeito dos registros.

No problema 1, fazer uma representação gráfica pode ser uma boa estratégia de resolução. As crianças precisam compreender primeiramente que havia restado  $\frac{1}{4}$  da mesada e que os 12 reais equivalem a esse  $\frac{1}{4}$ , para depois descobrir o todo.

No problema 2, as crianças precisam entender que descobrir  $\frac{3}{5}$  de 1.800, significa descobrir primeiro  $\frac{1}{5}$  de 1800 e depois multiplicar por 3. Por isso a letra A, que tem a etapa de representação gráfica, é fundamental para a letra B. Não devemos apresentar a "regra" ou "macete" de "dividir pelo denominador e multiplicar pelo numerador".

Apesar de ser prática, se as crianças aplicam essa regra sem compreender o significado a aprendizagem se tornará mecânica e sem significado.

Podemos solicitar que as crianças façam a representação gráfica de  $\frac{3}{5}$  e depois perguntar: se 1.800 equivale ao inteiro ( $\frac{5}{5}$ ), como podemos descobrir  $\frac{3}{5}$ ? Caso ainda precisem de ajuda, sugerir: será que se nós descobrirmos o valor de  $\frac{1}{5}$ , conseguiremos saber o valor de  $\frac{3}{5}$ ?

Faremos um painel de soluções na aula seguinte, então é importante selecionar algumas resoluções para serem discutidas.

## **Aula 4**

### **Objetivos de aprendizagem:**

Resolver problemas envolvendo frações.

Representar graficamente frações.



Em uma prova, Lia acertou 20 questões e errou  $\frac{3}{8}$  delas.  
De acordo com esses dados:

- 1
- Faça a representação gráfica da situação acima.
  - Observando sua representação gráfica, indique a fração que representa os acertos de Lia nessa prova.
  - Determine o número de questões dessa prova.
  - Quantas questões Lia errou?
  - Qual foi a nota dela, se o valor da prova é 8 e todas as questões têm o mesmo valor?

(Caderno de Problemas, Escola Móbile) .

### ***Etapas da Aula:***

1. Fazer um painel de solução dos problemas da aula anterior. É importante escolher pelo menos três resoluções diferentes. Pedir que as crianças expliquem seu raciocínio para turma. Perguntar se os colegas concordam e se é possível compreender a resolução apenas lendo o registro. No canto da lousa, ir listando os pontos que as crianças forem levantando como positivos na elaboração do registro (uso de régua, cores diferentes, legenda indicando o significado dos cálculos, etc.). Ao final, solicitar que as crianças revisem o seu registro, levando em consideração os pontos levantados.

2. Em duplas, solicitar que resolvam o problema. Solicitar que façam a representação gráfica com régua, que escolham duas cores para representar os erros e acertos e que sinalizem a quantidade de questões que representa  $\frac{1}{8}$ .

## Aula 5

### Objetivos de aprendizagem:

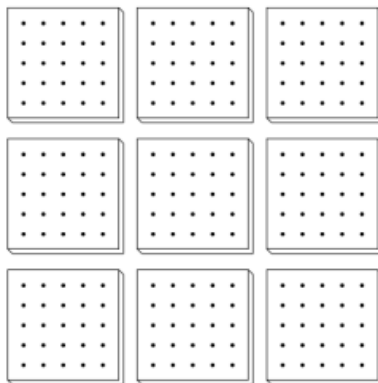
Demonstrar as frações utilizando diferentes estratégias de representação.

Ler, escrever, comparar e ordenar representações fracionárias de uso frequente.

Representar graficamente frações.

### Registro do Geoplano

Escolha três representações de cada etapa da aula para registrar. Lembre-se de usar régua e identificar a parte e o todo. Escreva acima de cada representação gráfica, qual a fração está sendo representada.☒



### SLIDES DA AULA:

<https://docs.google.com/presentation/d/1-tP2HTxfSv0WkNAusMvz5W2nFjhdNxXa/edit?usp=sharing&oid=109913731988207734671&rtpof=true&sd=true>

### ***Etapas da Aula:***

1. Cada dupla acessa os slides e vai realizando as etapas de forma autônoma. São três etapas com solicitações diferentes. Colocar um cronômetro na lousa. Cada etapa terá a duração de 15 minutos. Nesse período, devem fazer as representações que forem possíveis no Geoplano, além de escolher três para registrar na tirinha. No registro, é necessário que usem régua e identifiquem as partes e o todo, além de indicar a fração que está sendo representada. Cada etapa tem várias representações, não é esperado que todas as duplas consigam realizar tudo.

2. Encerramento da aula. Escolher representações que tenham gerado mais discussões ou dúvidas, projetar na lousa e solicitar que algumas crianças mostrem as representações que fizeram.

## **Aula 6**

### **Objetivos de aprendizagem:**

Demonstrar as frações utilizando diferentes estratégias de representação.

Ler, escrever, comparar e ordenar representações fracionárias de uso frequente.

Representar graficamente frações.



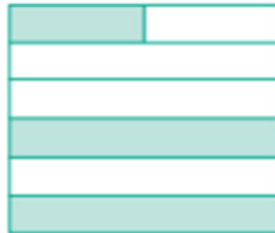
Podemos afirmar que a área colorida corresponde a  $\frac{1}{4}$  da figura? Justifique sua resposta.

1



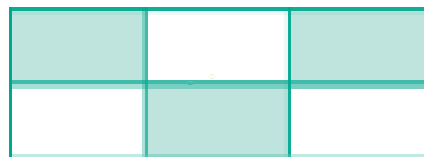
Qual fração representa a parte pintada do retângulo?

2



É correto afirmar que metade da figura abaixo está colorida? Justifique sua resposta.

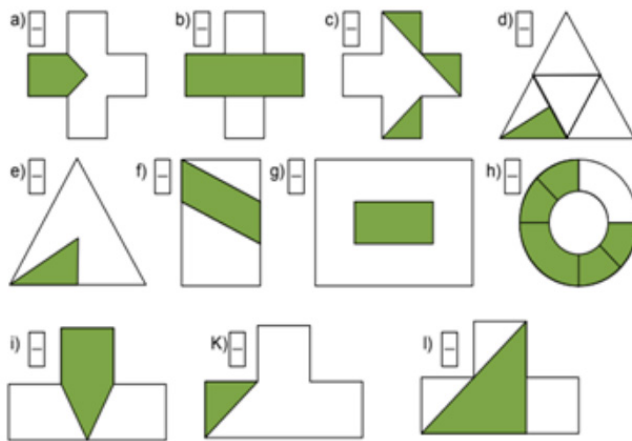
3



# 4

Na imagem abaixo, escreva a fração que representa a área colorida. Dica: se necessário, faça mais divisões na figura usando a régua.

(Adaptado de Parra, 2006)



## ***Etapas da Aula:***

1. Realização individual dos exercícios 1, 2 e 3.

2. Correção coletiva. Nas questões 1 e 3, reforçar a estrutura de resposta do comando justifique.

Encaminhamentos possíveis:

*Na questão 1, salientar que existem formas diferentes de dividir um inteiro. Projetar a imagem na lousa, dividir a figura ao meio e questionar se as partes pintadas representam "metade da metade"?*

*Na questão 2, projetar e mostrar que a figura pode ser dividida ao meio de forma vertical.*

*Na questão 3, explorar as frações equivalentes:  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{3}{6}$ .*



3. Em duplas, solicitar que façam o exercício 4.

4. Projetar a questão na lousa para realizar a correção coletiva. Nas questões que gerarem dúvidas ou discordâncias, fazer a divisão em partes iguais com a caneta.

## Aula 7



### Objetivos de aprendizagem:

Resolver problemas envolvendo frações.

## TAREFA

### APRESENTAÇÃO DE SLIDES:

[https://docs.google.com/presentation/d/105X\\_YC3D77pFWAq8aTFdhLA3rjrlJRG/edit?usp=sharing&ouid=109913731988207734671&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/presentation/d/105X_YC3D77pFWAq8aTFdhLA3rjrlJRG/edit?usp=sharing&ouid=109913731988207734671&rtpof=true&sd=true)

### ***Etapas da Aula:***

1. Projetar os slides de apoio. Explicação da divisão de papéis nos grupos. O objetivo da divisão é organizar o trabalho e que todos tenham uma participação ativa. Avisar que a cada questão alguns grupos serão chamados para compartilhar as respostas e estratégias e que nesse momento o/a apresentador/a deverá explicar as conclusões do grupo para turma. (Obs: não será possível chamar todos os grupos em todas as questões, fazer um revezamento para que todos os grupos compartilhem ao menos uma resposta).

Projetar o slide 3 e fazer um levantamento de conhecimentos prévios das crianças a respeito de sorteios.

2. Projetar a questão 1 e solicitar que discutam e registrem em grupo na folha sulfite. Após 5 minutos, discutir as diferentes possibilidades e projetar a resposta. Questionar as diferentes estratégias. Solicitar que todos os grupos confirmem se escreveram todas.

3. Projetar a questão 2 e solicitar que discutam e registrem. Após dez minutos chamar alguns grupos para que compartilhem as resoluções. Explorar as expressões e escolher algumas probabilidades para registrar na forma de fração. Sugestões de encaminhamentos:

*A chance de sair o número 792 é de uma em seis, podemos representar através da fração  $\frac{1}{6}$ .*

*A probabilidade de sair um número par é de duas em seis, podemos representar através da fração  $\frac{2}{6}$ . Alguma outra fração pode representar essa possibilidade?*

*A probabilidade de sair um número ímpar é de quatro em seis, podemos representar através da fração  $\frac{4}{6}$ . Qual tem maior probabilidade de sair, um número par ou ímpar?*

4. Projetar a questão 3 e solicitar que discutam e registrem. Após dez minutos, compartilhar as resoluções e pedir que alguns grupos expliquem o seu raciocínio.

## Aula 8

### Objetivos de aprendizagem:

Resolver problemas envolvendo frações.  
Representar graficamente frações.



Em 2022, um estudo do Sebrae fez um levantamento para calcular o preço médio de uma pizza em cada bairro de São Paulo. Por meio do levantamento, foi constatado que, de acordo com a região em que a pizzaria se encontra, pode haver uma variação de mais de 30 reais no preço de uma pizza. A imagem abaixo apresenta o valor de duas pizzas do mesmo tamanho, mas que são vendidas em bairros diferentes.

Pizzaria A – Bairro de Moema



Preço: R\$64,00

Pizzaria B – Bairro Capão Redondo



Preço: R\$32,00

1

- Calcule o valor de metade da pizza na Pizzaria A e na Pizzaria B.
- Algumas pizzarias vendem pizzas em pedaços. Se as pizzas fossem divididas em oito pedaços, quanto custaria um pedaço de pizza na Pizzaria A e na Pizzaria B? Esse pedaço equivale a qual fração da pizza inteira?
- Quanto custaria  $\frac{3}{8}$  de pizza na Pizzaria A e na Pizzaria B? Essa fração equivale a quantos pedaços de pizza?

d) Podemos afirmar que um casal que comeu  $\frac{4}{8}$  de uma pizza na Pizzaria A pagou mais caro do que um casal que comeu  $\frac{1}{2}$  na Pizzaria B? Justifique a sua resposta.

e) Podemos afirmar que um grupo que consumiu  $\frac{1}{2}$  de uma pizza na Pizzaria A pagou o mesmo valor que uma pessoa que consumiu uma pizza inteira na Pizzaria B? Justifique a sua resposta.

### ***Etapas da Aula:***

1. Leitura individual da ficha. Grifar as solicitações e informações necessárias para a resolução.

2. Em duplas, resolver os exercícios. Entregar um jogo de círculo de frações para cada dupla, além das fichas de unidade e dezena. Solicitar que formem o valor de cada pizza inteira com as fichas.

Na letra A, orientar que utilizem o disco de frações de  $\frac{1}{2}$ . *Se 64 reais equivalem à pizza inteira, qual seria o valor de metade da pizza?* Pedir que demonstrem, colocando o valor sobre cada metade da pizza (32 em cada metade). Repetir o procedimento com o valor de R\$ 32,00. Questionar como poderíamos registrar esse raciocínio na resolução do problema.

Na letra B, utilizar o círculo dividido em oitavos. Fazer o mesmo procedimento da letra A, mas dividindo em oito partes. Realizar com as duas pizzas e fazer o registro.

Nas letras C e D, as duplas podem partir da resolução da letra B, ou continuar trabalhando com o material concreto.

Na letra E, se necessário, utilizar o círculo de  $\frac{1}{2}$ .

## Aula 9



### Objetivos de aprendizagem:

Resolver problemas envolvendo frações.  
Representar graficamente frações.

Marcela está juntando dinheiro para comprar um jogo. Ela guarda todas as moedas que recebe em um pote de vidro. Ela já juntou 30 reais, o que significa  $\frac{2}{5}$  do dinheiro necessário para a compra.

- a) Qual fração representa o valor que falta para Marcela comprar o jogo?
- b) Quanto custa o jogo que Marcela quer comprar? (Dica: fazer uma representação gráfica pode ajudar.)
- c) A tia de Marcela deu 30 reais para ela. Podemos afirmar que Marcela já possui o dinheiro necessário para sua compra? Justifique a sua resposta.

1

***Etapas da Aula:***

1. Solicitar que resolvam individualmente o problema.
2. Pedir que comparem a resolução com o colega. Devem avaliar se o registro do raciocínio está compreensível, se todas as etapas estão registradas. Podem fazer alterações no registro após as considerações do colega.
3. Discussão coletiva do problema e estratégias de resoluções.

## CONSIDERAÇÕES

# CONSIDERAÇÕES

Ao chegarmos ao término deste material, desejamos compartilhar algumas reflexões.

Primeiramente, o ensino de frações pode representar uma jornada de exploração tanto para os estudantes quanto para você. À medida que exploramos esses conhecimentos com maior profundidade, frequentemente nos deparamos com conceitos intrigantes. Mantenha sua mente curiosa e esteja disposto a aprender juntamente com os estudantes, pois suas próprias descobertas podem ser inspiradoras.

Lembre-se que a assimilação completa dos conceitos relacionados às frações demanda tempo para se concretizar. Alguns estudantes podem construir esses conhecimentos de maneira rápida, enquanto outros podem necessitar de tempo adicional e apoio. Nesse sentido, as THAs demandam constante ajustes, e é fundamental garantir o tempo pedagógico para a aprendizagem.

Mantenha canais de comunicação abertos com os estudantes, e estimule-os a fazer perguntas, expressar preocupações e compartilhar suas próprias estratégias para abordar questões relacionadas às frações. Fomentar um ambiente em que os estudantes se sintam ouvidos e valorizados é fundamental para a efetividade do processo de aprendizado. Demonstre a eles que a matemática transcende números e fórmulas; ela representa uma emocionante jornada de resolução de problemas e descobertas!

Por fim, não hesite em compartilhar suas experiências e êxitos com outros professores. A colaboração constitui uma ferramenta poderosa para o aprendizado e crescimento na profissão. Ao trocar ideias e estratégias com colegas, você poderá enriquecer ainda mais suas estratégias pedagógicas para o ensino de frações.

Tenha em mente que o processo de ensino vai além das paredes da sala de aula, e o que você ensina hoje pode ter implicações significativas ao longo da vida dos

## CONSIDERAÇÕES

estudantes. Ao conduzi-los na construção de conhecimentos em relação ao conceito de fração, você contribui para que eles sejam capazes de enfrentar desafios matemáticos mais complexos no futuro.

A jornada do ensino de frações apresenta desafios e conquistas. Continue aprimorando suas habilidades e celebre os progressos de seus estudantes!



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BERTONI, N. E. Módulo VI: Educação e linguagem matemática. Brasília: Universidade de Brasília, 2009.

GRAÇA, S.I.; PONTE, J.P.; GUERREIRO, A. Quando as frações não são apenas partes de um todo...! Educação Matemática Pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. v. 23, n. 1, p. 683–712, 2021.

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/51571>

LOPES, A. J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. Boletim de Educação Matemática 2008, 21(31), 1–22

MARIA, C.; PIRES, C.; SIMON, M.; ESTUDOS, P. DE; EDUCAÇÃO, P. Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martin Simon. Educação Matemática Pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. ISSN 1983–3156, v. 11, n. 1, p. 145–166, 2009.

NOGUEIRA, F. Obstáculos epistemológicos e didáticos relacionados a frações: um estudo com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental. 2020. 251 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2020.

SIMON, M. A.; TZUR, R. Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. Mathematical Thinking and Learning, v. 6, n. 2, p. 91–104, 2004.